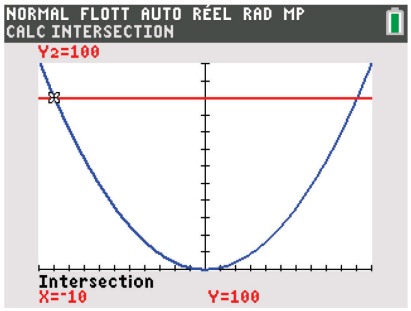
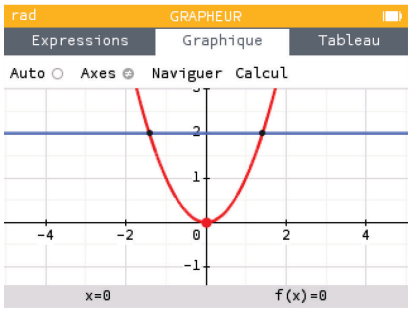
Je m'entraîne pour le contrôle

Corrigés

Exercice 1

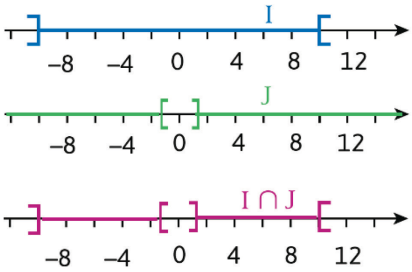




a. Les antécédents de 100 par la fonction carré sont $-\sqrt{100}$ et $\sqrt{100}$, c'est-à-dire –10 et 10.
Les antécédents de 2 par la fonction carré sont $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$.

b. L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 < 100$ est l'intervalle]–10 ; 10[.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 > 2$ est l'intervalle $]-\infty\ ;\ -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}\ ;\ +\infty[$.

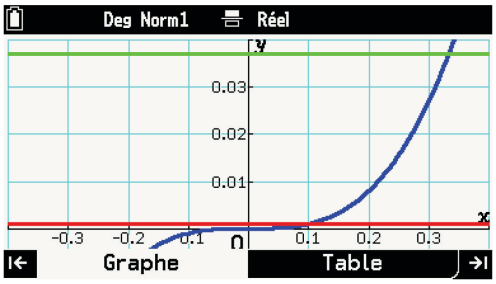
c. L'ensemble des solutions est l'intersection des deux ensembles trouvés à la question **2b**, donc $\mathcal{S} =]-10\ ;\ -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}\ ;\ 10[$.



Exercice 2

a. On a $0{,}001 = \frac{1}{1\,000} = \frac{1^3}{10^3} = \left(\frac{1}{10}\right)^3$ donc 0,001 = (0,1)³, l'unique antécédent de 0,001 par la fonction cube est 0,1.
Comme $\frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$, l'unique antécédent de $\frac{1}{27}$ par la fonction cube est $\frac{1}{3}$.

b. L'ensemble des nombres vérifiant $0{,}001 < x^3 < \frac{1}{27}$ est $\left]0{,}1\ ;\ \frac{1}{3}\right[$.



Maths 2de © Éditions Hatier, 2025.

Exercice 3

a. La courbe représente la fonction inverse, d'équation $y = \frac{1}{x}$.

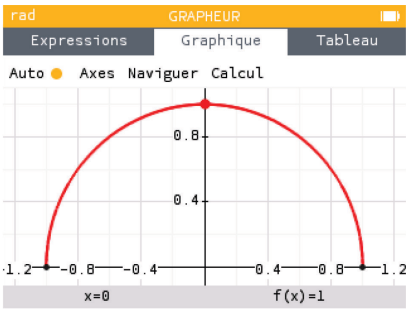
b. Les points A et B ont la même abscisse donc la droite (AB) est parallèle à l'axe des ordonnées. L'ordonnée du point B étant égale à 0, on en déduit que la distance AB est égale à l'ordonnée du point A. Le point A, d'abscisse x = 0,25, appartient à la courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$ donc son ordonnée est $\frac{1}{0{,}25}$ = 4.
On en conclut que AB = 4, c'est-à-dire que la hauteur de la rampe vaut 4 mètres.

c. La zone F est l'ensemble des points dont les abscisses d sont comprises entre 0,25 m et 3 m. On cherche les abscisses d des points de la courbe, modélisant la rampe, qui ont une ordonnée h comprise entre 0,45 et 3,5.
L'abscisse du point de la courbe qui a pour ordonnée 0,45 est $\frac{1}{0{,}45} = \frac{20}{9} \approx 2{,}22$.
L'abscisse du point de la courbe qui a pour ordonnée 3,5 est $\frac{1}{3{,}5} = \frac{2}{7} \approx 0{,}29$.
Donc pour les points de la courbe, si 0,45 < h < 3,5 alors 0,29 < d < 2,22.
Comme 0,25 < 0,29 < d < 2,22 < 3, on en conclut que Pauline reste dans la zone F.

Exercice 4

1. $1 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 1$.
Les antécédents de 1 par la fonction carré sont –1 et 1. Par résolution graphique, on détermine que l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 \leq 1$ est $\mathcal{S}$ = [–1 ;1]. On a donc bien $1 - x^2 \geq 0$ pour tout nombre réel x dans l'intervalle [–1 ; 1].

2. a. On observe, dans un repère orthonormé, que la courbe a la forme d'un demi-cercle.



b. Pour tout nombre réel x dans l'intervalle [–1 ;1], l'image de $-x$ par la fonction f est :

$$f(-x) = \sqrt{1-(-x)^2} = \sqrt{1-x^2} = f(x)$$

car $(-x)^2 = x^2$.

3. Comme les nombres a et b sont positifs :

$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$
$\Leftrightarrow -a^2 > -b^2$ *(car multiplier par un nombre négatif change le sens de l'inégalité)*
$\Leftrightarrow 1 - a^2 > 1 - b^2$ *(on ajoute 1 aux deux membres)*
$\Leftrightarrow \sqrt{1-a^2} > \sqrt{1-b^2}$ *(car prendre la racine carrée de deux nombres positifs conserve leur ordre)*
$\Leftrightarrow f(a) > f(b)$

La fonction f est donc décroissante sur l'intervalle [0 ; 1].

Maths 2de © Éditions Hatier, 2025.