Je m'entraîne pour le contrôle

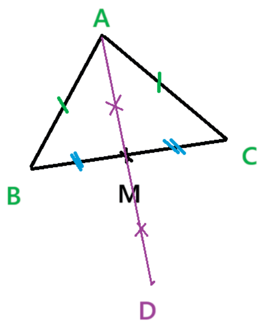
Corrigés

Exercice 1

1. a. Faux. **b.** Vrai. **c.** Vrai. **d.** Faux.

2. Le triangle AGE est rectangle en G.
D'après le théorème de Pythagore : $AG^2 = AE^2 + EG^2$.
On en déduit que $EG^2 = AE^2 - AG^2 = 5^2 - 4^2 = 9$.
Donc la distance du point E à la droite (AC) est EG = 3.

Exercice 2



1. $\cos^2(60°) = 1 - \sin^2(60°) = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

Or $\cos(60°) > 0$ donc $\cos(60°) = \frac{1}{2}$.

2. ABDC est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.

Exercice 3

1.

Longueur (en m)	32	30	25	20	15	12
Largeur (en m)	1,5	2,5	5	7,5	10	11,5
Aire (en m²)	48	75	125	150	150	138

2. a. x est compris entre 0 et 35 m.

b. On calcule le nombre de mètres de clôture restant après avoir clôturé la longueur du terrain :

$$35 - x$$

Il reste deux côtés du terrain à clôturer. On trouve donc l'autre dimension du rectangle, la largeur du terrain, en divisant par deux la longueur de clôture restante (voir question **1**) :

$$\frac{1}{2}(35 - x)$$

c. Aire du rectangle = largeur × longueur soit $A(x) = \frac{1}{2}(35 - x) \times x = \frac{35}{2}x - \frac{1}{2}x^2$.

On développe l'expression donnée :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}(x - 17{,}5)^2 + 153{,}125 &= -\frac{1}{2}(x^2 - 35x + 306{,}25) + 153{,}125 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + \frac{35}{2}x - 153{,}125 + 153{,}125 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + \frac{35}{2}x = A(x) \end{aligned}$$

L'égalité est vérifiée.

3. On a $A(x) = -\frac{1}{2}(x - 17{,}5)^2 + 153{,}125$.

Or pour tout nombre réel x compris entre 0 et 35, $-\frac{1}{2}(x - 17{,}5)^2 \leq 0$ car c'est le produit d'un nombre négatif $-\frac{1}{2}$ et d'un nombre positif $(x - 17{,}5)^2$.

En ajoutant 153,25 aux deux termes de l'inégalité, on en déduit que :

$$-\frac{1}{2}(x - 17{,}5)^2 + 153{,}125 \leq 153{,}125$$

L'aire $A(x)$ est maximale lorsque $A(x) = 153{,}125$ c'est-à-dire lorsque :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}(x - 17{,}5)^2 + 153{,}125 = 153{,}125 &\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x - 17{,}5)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 17{,}5) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 17{,}5 \end{aligned}$$

Donc l'aire maximale vaut 153,125 m^2 et est atteinte lorsque la longueur du terrain vaut 17,5 m