

## Le problème

Il s'agit pour les élèves de chercher toutes les combinaisons de formes produites à partir de l'assemblage de trois, quatre ou cinq carrés, puis de les représenter sur une grille pour déterminer celles qui sont identiques.

## Connaissances initiales

Au cours de la phase 1 de la situation CARRÉ ET QUASI-CARRÉS, les élèves ont produit des assemblages de carrés ou de losanges et réalisé des ajustements. Certains n'ont pas encore identifié les différences entre « tourner » et « retourner ».

## Connaissances visées

Trois types de compétences sont visés :

- chercher des assemblages de carrés respectant des contraintes et effectuer des tris entre des formes superposables pour en produire de nouvelles ;
- distinguer d'une part les superpositions par glissement ou rotation, et d'autre part celles par retournement ;
- utiliser le quadrillage comme un outil, une technique de représentation - de « prise de note » - de ce qui a déjà été produit.

## Résumé de l'activité

- Dans la **phase 1**, les élèves doivent assembler 3 carrés pour s'approprier les contraintes du problème.
- Dans la **phase 2**, ils doivent trouver tous les assemblages de 4 carrés.
- Dans la **phase 3 (CE1)**, ils doivent trouver tous les assemblages de 5 carrés.

## Organisation de la situation

Elle peut se dérouler sur 2 séances :

- au CP, une séance pour la phase 1 et une pour la phase 2 (la phase 3 étant réservée au CE1) ;
- au CE1, une séance pour la phase 1 et le début de la phase 2 (étapes 1 à 4), et une séance pour l'étape 5 de la phase 2 (mise en commun et synthèse) et la phase 3.

## Articulation avec les autres niveaux

Cette situation est proposée à la fois en CP et en CE1 (Période 4), après CARRÉ ET QUASI-CARRÉS.

### Matériel collectif

- Des carrés agrandis pour le tableau (bristol, post-it...)
- Du papier pour dessiner et découper les assemblages (et les numéroter).
- Des affiches avec des assemblages agrandis (pour l'appropriation : assemblages de 3 carrés, corrects ou erronés – des carrés n'ayant qu'un sommet en commun par exemple).

### Matériel individuel

- Des carrés rigides pour produire les assemblages (3 pour la phase 1, 4 pour la phase 2, 5 pour la phase 3 au CE1).  
*Il est possible de reprendre les carrés de la situation CARRÉ ET QUASI-CARRÉS.*
- Des grilles de 5 lignes et 5 colonnes aux dimensions des carrés, sur feuille blanche.
- Des feutres ou des crayons de couleur.

## — Phase 1 : Appropriation du problème (3 carrés)

### ■ ÉTAPE 1 : COMPRENDRE LES CONTRAINTES

L'enseignant présente un carré. Puis, il pose un assemblage correct de 3 carrés au tableau (voir ci-contre) et en dessine le contour.



L'enseignant : « Nous appellerons cet assemblage une "forme". On peut inventer d'autres "formes" avec ces trois carrés. Qui veut m'en proposer une nouvelle ? »

Des élèves viennent au tableau faire des propositions avec les carrés.

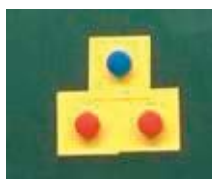
### Consigne

« Pour construire de nouvelles formes, vous devez utiliser trois carrés, mais il faut que chaque pièce touche l'autre par un côté sur toute sa longueur. »

### Premières tentatives et mise au point

Les élèves cherchent des assemblages.

En s'appuyant sur la proposition erronée d'un élève (voir exemple ci-contre), l'enseignant explique de nouveau les contraintes : « Il a fait une autre forme, mais qui ne convient pas : il y a un carré qui passe par-dessus un autre ; il faut qu'un carré touche un autre carré par un côté, sans être décalé.... Et il ne faut pas non plus qu'un carré touche les autres seulement par un sommet. »



Quelques élèves viennent alors présenter d'autres réalisations erronées, afin que l'ensemble de la classe puisse expliciter en quoi elles ne respectent pas les contraintes.

### Mémorisation des réalisations

L'enseignant montre une grille : « Pour qu'on se souvienne de la forme que vous aurez faite, je vais vous donner des feuilles comme celle-ci sur lesquelles vous dessinerez les formes trouvées. »

### ■ ÉTAPE 2 : RECHERCHE INDIVIDUELLE

Les élèves constituent des formes avec les carrés.

Puis ils dessinent, carré par carré, l'assemblage sur le quadrillage.

### ■ ÉTAPE 3 : MISE EN COMMUN

À l'aide des formes agrandies, les élèves viennent au tableau proposer les formes qu'ils ont produites.

Il est important de mettre en évidence que les dessins faits par chaque élève sur quadrillage permettent de voir si certains assemblages qu'il a produits n'ont pas encore été proposés.

L'enseignant numérote les différentes formes trouvées au fur et à mesure.

## — Phase 2 : Assemblages de 4 carrés

### ■ ÉTAPE 1 : PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Rappeler le travail mené au cours de la phase précédente, en indiquant que cette fois il va falloir faire la même chose avec quatre carrés.

Rappeler les contraintes de construction.

### Objectif de la phase 1

Chercher toutes les formes différentes que l'on peut réaliser avec 3 carrés.

### Vocabulaire

Il semble préférable de recourir à une terminologie unique (le choix proposé ici est « formes » pour comparer les assemblages qui se superposent ou non (pour éviter : « Est-ce que les deux figures sont pareilles ? » ; « Est-ce que les figures ont la même forme ? »)

### Autres propositions d'élèves



L'enseignant : « Un sommet (la pointe) touche quoi ici ? »

Un élève : « Le milieu. »

L'enseignant : « Le côté. »



Des élèves : « C'est la même. »

D'autres : « Non !!! »

L'enseignant ne commente pas et poursuit : « Est-ce que quelqu'un vient fabriquer encore autre chose ? »

### Tracé des formes

Il suffit de repasser le contour avec un feutre ou un crayon de couleur pour éviter le coloriage des assemblages, couteux en temps.



### Nombre de solutions

Il y a deux formes différentes (celle avec trois carrés alignés et celle en L). Les élèves remarquent que certaines sont identiques lorsqu'ils les tournent ou les retournent.

### Objectif de la phase 2

Dans cette séance, la comparaison des assemblages constituant les mêmes formes par retournement prend plus d'importance.

### Rappel de la séance précédente

On peut demander aux élèves quelles formes étaient identiques

## Consigne

L'enseignant écrit le texte du problème au tableau, puis le fait lire à un élève : « *Faire le plus possible de formes avec 4 carrés ; les carrés doivent se toucher par les côtés.* »

Une forme avec 4 carrés peut éventuellement être affichée au tableau.

### ■ ÉTAPE 2 : RECHERCHE INDIVIDUELLE

Sur le même principe qu'en phase 1.

### ■ ÉTAPE 3 : PREMIÈRE MISE EN COMMUN

À l'aide des figures agrandies, les élèves viennent proposer leurs solutions.

L'enseignant numérote les différentes formes trouvées, puis précise qu'il en reste à trouver.

### ■ ÉTAPE 4 : RELANCE DE LA RECHERCHE

Si nécessaire, en fonction des solutions déjà trouvées, l'enseignant peut donner des contraintes de recherche.

### ■ ÉTAPE 5 : MISE EN COMMUN ET SYNTHÈSE

Une affiche à garder en classe peut être créée pour permettre aux élèves de continuer de chercher d'autres formes possibles.

## — Phase 3 : Assemblages de 5 carrés (CE1)

Déroulement identique à celui de la phase 2.

Si toutes les solutions n'ont pas été trouvées, la recherche peut se poursuivre dans des moments où les élèves disposent d'un peu de temps pour finir des tâches.

La mise en commun peut mettre en évidence l'intérêt d'une organisation : par exemple, chercher des solutions où il n'y a pas plus de 3 carrés alignés (si les formes proposées se limitent au groupe de formes avec une base de 4 carrés), ou encore chercher celles où il n'y a pas plus de 2 carrés alignés...

#### Objectif de la 1<sup>re</sup> mise en commun

Il s'agit d'identifier les formes qui sont les mêmes quand on les fait tourner ou qu'on les retourne.

#### Objectif de la 2<sup>e</sup> mise en commun

Elle vise à explorer plus particulièrement les formes différentes par retournement.

#### Solutions avec 5 carrés

