# Vers l'épreuve écrite (p. 86)

## Exercice guidé 152 Corrigé

**1.** (O ; $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$) est un repère du plan (OBC) car $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$ ne sont pas colinéaires.
De plus S n'appartient pas au plan (OBS) donc $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{OS}$ sont non coplanaires.
Ainsi, (O ; $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OS}$) est un repère de l'espace.

**2. a.** Dans (O ; $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OS}$), on a S(0 ; 0 ; 1) et D(−1 ; 0 ; 0) donc $\overrightarrow{SD}\begin{pmatrix}-1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{SK}\begin{pmatrix}-1/3\\0\\-1/3\end{pmatrix}$.

On en déduit que $K\left(-\frac{1}{3}\ ;\ 0\ ;\ \frac{2}{3}\right)$.

**b.** $I\left(0\ ;\ 0\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ et B(1 ; 0 ; 0) donc $\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix}-1\\0\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix}-4/3\\0\\2/3\end{pmatrix}$.

On remarque que $\overrightarrow{BK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BI}$ ; on peut donc conclure que les points B, I et K sont alignés.

**3.** Les deux plans ne sont pas parallèles car la droite (SA) qui est incluse dans (SAD) coupe (BCI).
Les droites (CI) et (SA) sont dans le même plan (CAS) ; elles se coupent au point L.
Les deux plans (SAD) et (BCI) se coupent selon une droite ($d$).
L est dans (BCI) et L est sur la droite (SA) donc aussi dans (SAD) ; on peut dire que L appartient à ($d$).
K appartient à (SD) donc K est dans (SAD). Or, d'après la question **2b**, K appartient à la droite (BI) donc K est aussi dans (BCI), donc K appartient à ($d$).
Ainsi, ($d$) est la droite (KL).

**4.** Supposons que les droites (KL) et (AD) sont sécantes.
Le plan (SAD) est dirigé par les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{KL}$ non colinéaires.
Le plan (BCI) est dirigé par les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{KL}$ non colinéaires.
Comme $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ car la pyramide est de base carrée, on en déduit que les vecteurs directeurs d'un plan sont colinéaires aux vecteurs directeurs de l'autre plan, donc ces deux plans sont parallèles.
Ce qui est absurde puisque ces deux plans se coupe selon la droite (KL).
On en conclut que (KL) et (AD) sont parallèles.

**5.** Dans le plan (SAD), on sait que $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SD}$ et que (KL) // (AD).
D'après le théorème de Thalès, $\overrightarrow{SL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$.

Dans (O ; $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OS}$), on a A(0 ; –1 ; 0) donc $\overrightarrow{SA}\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{SL}\begin{pmatrix}0\\-1/3\\-1/3\end{pmatrix}$.

On en déduit que $L\left(0\ ;\ -\frac{1}{3}\ ;\ \frac{2}{3}\right)$.


Maths Variations T[le], © Hatier 2020

## Exercice guidé 153 Corrigé

**1.** Pour tout nombre reel $m$ :

$(2m^2 + 2)\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} + 3m\overrightarrow{\mathrm{BM}_m} - 3m\overrightarrow{\mathrm{CM}_m} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (2m^2 + 2)\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} + 3m\overrightarrow{\mathrm{BA}} + 3m\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} - 3m\overrightarrow{\mathrm{CA}} - 3m\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (2m^2 + 2)\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} = 3m\overrightarrow{\mathrm{AB}} - 3m\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AM}_m} = \frac{3m}{2m^2+2}\overrightarrow{\mathrm{AB}} - \frac{3m}{2m^2+2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ car $2m^2 + 2 > 0$ pour tout nombre réel $m$.

Comme $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont non colinéaires, les points A, B, C et $\mathrm{M}_m$ sont coplanaires, quelle que soit la valeur de $m$.

**2. a.** Pour tout nombre reel $m$ :

$(2m^2 + 2)\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} + 3m\overrightarrow{\mathrm{BM}_m} - 3m\overrightarrow{\mathrm{CM}_m} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (2m^2 + 2)\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} + 3m\overrightarrow{\mathrm{BM}_m} + 3m\overrightarrow{\mathrm{M}_m\mathrm{C}} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (2m^2 + 2)\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} + 3m\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \vec{0}$

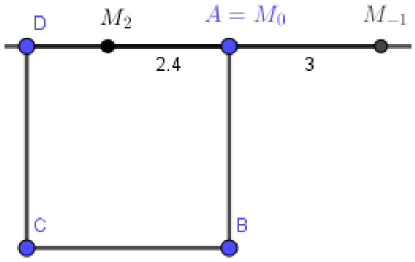
$\Leftrightarrow (2m^2 + 2)\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} = 3m\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AM}_m} = \frac{3m}{2m^2+2}\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ car $2m^2 + 2 > 0$ pour tout nombre réel $m$.

**b.** $\overrightarrow{\mathrm{AM}_m} = \frac{3m}{2m^2+2}\overrightarrow{\mathrm{CB}} \Leftrightarrow \$\mathrm{AM}_m = \frac{3m}{2m^2+2}\overrightarrow{\mathrm{DA}}$.

On en déduit que les points $\mathrm{M}_m$ se trouvent sur la droite (AD) lorsque $m$ décrit $\mathbb{R}$.

**3.**




**4.** $f(x) = \frac{3x}{2x^2+2}$.

**a.** $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ car $2x^2 + 2 > 0$ pour tout nombre réel $x$.

**b.** $\lim\limits_{+\infty} f = \lim\limits_{-\infty} f = 0$.

**c.** $f'(x) = \frac{(2x^2+2)\times 3 - 3x\times 4x}{(2x^2+2)^2} = \frac{-6x^2+6}{(2x^2+2)^2}$.

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6 > 0 \Leftrightarrow 6x^2 < 6 \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

On obtient le tableau suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $-\frac{3}{4}$ | $\nearrow$ | $\frac{3}{4}$ | $\searrow$ | $0$ |

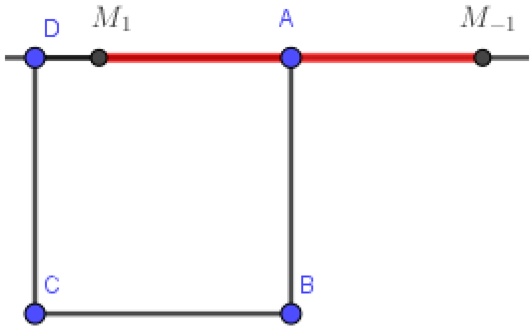
**5. a.** D'après la question **4**, $\frac{3m}{2m^2+2} \in \left[-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right]$ lorsque $m$ décrit $\mathbb{R}$.

**b.** Non, puisque $\frac{3m}{2m^2+2}$ ne décrit pas $\mathbb{R}$. Il s'agit d'un segment inclus dans la droite (AD).

**c.** $\|\overrightarrow{\mathrm{AM}_m}\| = \frac{3m}{2m^2+2}\|\overrightarrow{\mathrm{AD}}\| = \frac{12m}{2m^2+2}$.


Maths Variations T[le], © Hatier 2020

Or $\frac{3m}{2m^2+2} \in \left[-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right]$ donc $\mathrm{AM}_m \in [-3\;;\;3]$.





Maths Variations T^le, © Hatier 2020