


Mise en train 

Au marché, pour le même prix, on a 12 kiwis ou 18 pommes.

- Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 9 pommes ?
- Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 24 kiwis ?
- Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 6 pommes ?
- Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 10 kiwis ?
- Pour le prix de 42 kiwis, combien peut-on avoir de pommes ?

Fiche d'accompagnement
Module 1 Proportionnel ou non
MET 2

NIVEAU : 5^e

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Encourager l'explicitation du recours à la proportionnalité.

Objectif 2. Échanger autour des différentes procédures valides connues en fin de cycle 3.

Objectif 3. Travailler la linéarité comme procédure performante dans ce type de problèmes où le retour à l'unité n'a pas de sens par rapport à la situation (1,5 pomme pour un kiwi).

Objectif 4. Travailler le calcul réfléchi. Le recours à la linéarité nécessite une bonne connaissance des tables de multiplication et une intelligence du calcul pour voir les décompositions pertinentes.

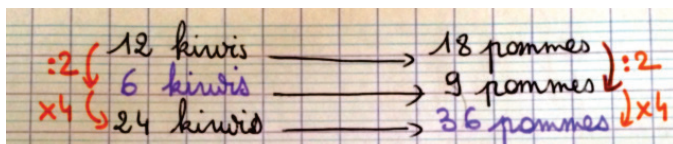
Modalités pédagogiques

- Cette MET sera proposée après avoir réfléchi à l'activité du thé (MET 1). Sa résolution nécessite d'envisager que le prix est proportionnel au nombre de fruits (les fruits sont considérés comme identiques). Une difficulté vient du fait que le prix n'est pas une des grandeurs utilisées. Les variables didactiques de cette activité engagent l'utilisation de la linéarité.
- La première phrase de l'activité, fixant le lien entre le nombre de pommes et de kiwis obtenus pour le même prix, est projetée au tableau. La première question est posée oralement. Les réponses sont données sur l'ardoise ou à l'oral (type calcul rapide). Les autres questions sont posées l'une après l'autre avec, à chaque fois, un échange de procédures.
- Les élèves présentent leur procédure. À la première question, le professeur questionne la classe autour de la validité de l'utilisation de « la moitié » (procédure majoritaire). Débat autour de l'utilisation de la proportionnalité.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

Présentations observées

- Des phrases complètes, reliant les quantités.
- Des listes avec un lien fonctionnel :



| | | |
|----------|---|-----------|
| 12 kiwis | → | 18 pommes |
| 6 kiwis | → | 9 pommes |
| 24 kiwis | → | 36 pommes |

Annotations:
 - From 12 kiwis to 6 kiwis: $\div 2$ (indicated by a red arrow pointing down)
 - From 18 pommes to 9 pommes: $\div 2$ (indicated by a red arrow pointing down)
 - From 6 kiwis to 24 kiwis: $\times 4$ (indicated by a red arrow pointing down)
 - From 9 pommes to 36 pommes: $\times 4$ (indicated by a red arrow pointing down)

• Des tableaux :

| | | | |
|--------|----|---|----|
| kiwis | 12 | 6 | 24 |
| pommes | 18 | 9 | 36 |

Diagramme illustrant les liens de proportionnalité entre les colonnes :
 - De 12 kiwis à 6 kiwis : $\div 2$
 - De 6 kiwis à 24 kiwis : $\times 2$
 - De 18 pommes à 9 pommes : $\div 2$
 - De 9 pommes à 36 pommes : $\times 2$

Dans leur présentation, les élèves ne font aucune référence à la proportionnalité. La première question permet de les inciter à l'indiquer explicitement. On fera écrire par exemple : « pour pouvoir résoudre ce problème, on considère que les fruits sont tous identiques et que la quantité de pommes est proportionnelle à la quantité de kiwis » (référence au prix inutile). La présentation sous forme de liste est privilégiée lors de la mise en commun, pour éviter l'association automatique du tableau de valeurs à la proportionnalité. Il faut que les éléments représentant les calculs apparaissent : faire montrer les liens entre les colonnes, faire tracer les flèches.

Procédures attendues

a. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 9 pommes ?

Reconnaissance de la moitié de la situation de départ.

b. Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 24 kiwis ?

Reconnaissance du double de la situation de départ ou du quadruple de la situation de la première question.

c. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 6 pommes ?

Reconnaissance du tiers de la situation de départ ou du sixième de la situation de la question b.

d. Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 10 kiwis ?

Linéarité additive :

| | | |
|------------|---|-----------|
| 6 kiwis | → | 9 pommes |
| + 4 kiwis | → | 6 pommes |
| <hr/> | | |
| = 10 kiwis | → | 15 pommes |

Recherche du plus petit lien possible entre les deux grandeurs :

| | | |
|------------|---|-----------|
| 12 kiwis | → | 18 pommes |
| - 6 kiwis | → | 9 pommes |
| + 24 kiwis | → | 36 pommes |
| - 4 kiwis | → | 6 pommes |
| <hr/> | | |
| 10 kiwis | → | 15 pommes |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 12 kiwis | → | 18 pommes |
| - 2 kiwis | → | 3 pommes |
| <hr/> | | |
| 10 kiwis | → | 15 pommes |

Cela offre d'autres possibilités pour obtenir le nombre de pommes qui correspondent à 10 kiwis (2×5 ; $12 - 2$).

e. Pour le prix de 42 kiwis, combien peut-on avoir de pommes ?

63 pommes qui est obtenu en combinant linéarité multiplicative et additive. Ceux qui ont cherché le plus petit lien possible y auront recours avec efficacité : $42 = 2 \times 21$.

Certains élèves essayeront avec le coefficient de proportionnalité, ce sera l'occasion d'en discuter la pertinence.

Difficultés attendues

Certains élèves ont des difficultés avec le calcul réfléchi. En particulier, chercher les relations de linéarité entre les situations. Mais appliquer ensuite ce lien pour trouver la quatrième proportionnelle ne pose pas de problème.

Trop souvent, les élèves associent leurs difficultés de calcul à la proportionnalité. Pour remédier à cette difficulté, on pourra :

- proposer d'autres activités du même type ; par exemple, 4 mangas ont la même masse que 5 BD...
- proposer des activités de calcul mental de décomposition de nombres avec des contraintes opératoires (type jeu trio-APMEP) ;
- envisager un prolongement en demandant aux élèves d'inventer des questions supplémentaires. Ils doivent alors réfléchir au choix des nombres pour que les réponses soient des entiers.

Bilan élèves

De l'objectif 1

- Pour résoudre un problème, je dois me poser la question : « Est-ce une situation de proportionnalité ? ».
- Je dois parfois simplifier la réalité. Ici, en considérant par exemple que tous les fruits sont identiques. Faire un tel choix s'appelle modéliser. On doit écrire « on considère que le nombre de pommes est proportionnel au nombre de kiwis » et expliquer pourquoi.

De l'objectif 2

Lorsque je résous un problème qui relève de la proportionnalité, il y a plusieurs méthodes possibles. Je peux raisonner en parallèle avec les deux grandeurs qui interviennent (ici, le nombre de pommes et le nombre de kiwis). Je peux aussi me poser la question « combien pour 1 ? ». Cette méthode de retour à l'unité s'appelle la règle de trois.

De l'objectif 3

Quand deux grandeurs sont proportionnelles :

- si j'ai 6 fois plus de l'une, alors j'aurais 6 fois plus de l'autre ; si j'ai 5 fois moins de l'une, alors j'aurais 5 fois moins de l'autre ;
- si je sais combien j'ai de pommes pour 4 kiwis et combien j'ai de pommes pour 6 kiwis, je peux savoir combien j'ai de pommes pour 10 kiwis : j'additionne les quantités de pommes correspondantes.

De l'objectif 4

Pour résoudre des problèmes, je dois connaître mes tables et m'entraîner au calcul.