

Mise en train  23

► Vrai ou faux ?

« Mon verre est à moitié vide. »



**Fiche d'accompagnement**  
**Module 4** Relations longueur, périmètre, aire, volume  
**MET 23**

NIVEAU : 4<sup>e</sup>

**Objectifs d'apprentissage**

**Objectif 1.** Étudier le rapport entre la hauteur et le volume d'un cône.

**Objectif 2.** Calculer des volumes.

**Objectif 3.** Développer l'esprit critique.

**Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés**

- La hauteur de liquide est bien supérieure à la moitié de la hauteur du verre. Les élèves vont donc sans doute répondre en majorité que le verre contient davantage de liquide que la moitié du verre.
- On questionnera les élèves sur la signification du verre à moitié vide pour fixer avec eux que dans ce cas on a bu la moitié du liquide. Le problème est donc lié à des calculs de volumes. Dans un premier temps, il faudra mathématiser le problème avec les élèves. Le verre a la forme d'un cône. Il faut considérer qu'il est posé sur une surface horizontale pour que la surface du liquide soit parallèle à la base du cône. Les élèves pourront alors représenter la situation par un schéma.
- On relancera les élèves dans la recherche. Il leur faut calculer les volumes des deux cônes : le verre et le liquide. Dans un premier temps, ils vont évaluer la fraction de liquide bu quand la hauteur du liquide est à la moitié de la hauteur du verre. Pour simplifier la mise en commun, on pourra imposer les mesures d'un cône pour que les élèves travaillent tous avec les mêmes valeurs. Ils vont alors se rendre compte que lorsqu'un verre conique est à moitié vide, la hauteur de liquide n'est pas la moitié de la hauteur du cône.
- Attention, le calcul de la hauteur de liquide quand on a bu la moitié de la quantité est plus difficile : si on utilise le coefficient de proportionnalité des volumes pour obtenir le coefficient d'agrandissement des longueurs, il faut calculer la racine cubique de 2 (de même en résolvant un système d'équations utilisant le théorème de Thalès et le volume).

- On peut faire une approximation de cette hauteur en utilisant une représentation graphique du volume du liquide en fonction de la hauteur de remplissage du verre (pour chaque hauteur de liquide, un rayon correspondant peut être déterminé en utilisant le théorème de Thalès). Ce graphique peut être laissé à la charge des élèves (en prolongeant le temps de mise en train), il peut faire l'objet d'une utilisation pertinente du tableur. La réponse est étonnante car la hauteur du liquide, dans un verre conique à moitié plein, atteint presque les quatre cinquièmes (80 %) de la hauteur totale du verre conique.
- **Prolongement** : y-a-t-il des formes de verre dans lesquelles la hauteur du liquide est proportionnelle à son volume ?

### **Bilan élèves**

- Le volume d'un cône n'est pas proportionnel à sa hauteur.
- Quand un verre conique est à moitié vide, la hauteur de liquide n'est pas la moitié de la hauteur du cône.