Mise en train

1

Chez un grossiste, 3 kg de thé valent 69 €.

a. Quel est le prix de 4,5 kg de ce thé ?

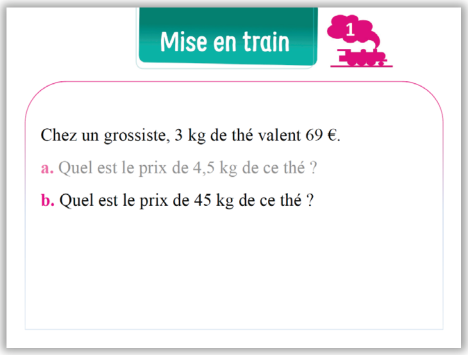
Mise en train

1

Chez un grossiste, 3 kg de thé valent 69 €.

a. Quel est le prix de 4,5 kg de ce thé ?

b. Quel est le prix de 45 kg de ce thé ?


Mise en train 1

Chez un grossiste, 3 kg de thé valent 69 €.

a. Quel est le prix de 4,5 kg de ce thé ?

b. Quel est le prix de 45 kg de ce thé ?

Fiche d'accompagnement

Module 1 Proportionnel ou non

MET 1

NIVEAU : 5e

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Pointer le recours implicite à la proportionnalité : expliciter le choix de ce modèle (convention sociale et nécessité de résoudre le problème), réfléchir au domaine de validité du modèle.

Objectif 2. Refaire émerger les différentes procédures valides connues en fin de cycle 3.

Modalités pédagogiques

1. L'activité est **projetée au tableau ou dictée**. Les élèves résolvent le problème **individuellement**, en gardant une **trace** personnelle de leur procédure leur permettant de la présenter à la classe. (5 min)
2. Débat autour de l'utilisation (ou non) de la proportionnalité. (10 min)
3. Échange de **procédures** : des élèves viennent exposer leurs **résolutions** au tableau. (10 min)
Remarque : si le débat sur l'utilisation de la proportionnalité est trop long, on peut envisager, lors d'une autre MET, de proposer un problème du même type pendant lequel on prendra le temps d'échanger autour des procédures.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

Débat autour de l'utilisation (ou non) de la proportionnalité
Le domaine de validité du modèle : est-il vraisemblable qu'un grossiste vende au même prix au kilogramme 4,5 kg et 45 kg ?
(Si la question ne vient pas, le professeur la posera au groupe.)

Procédures attendues
• Pour 4,5 kg
– linéarité multiplicative et / ou additive : calcul du prix de 1,5 kg (la moitié de 3 kg), puis addition des prix de 3 kg et 1,5 kg ;
– multiplication du prix et de la quantité par 1,5 ;
– retour à l'unité (calcul du prix de 1 kg puis multiplication par 4,5) ;
– coefficient de proportionnalité (de 3 à 69, on multiplie par 23 ; faire de même pour 4,5 kg).

• Pour 45 kg
– linéarité multiplicative : multiplication du prix de 3 kg par 15 ou du prix de 4,5 kg par 10 ;
– réutilisation du prix unitaire ou du coefficient de proportionnalité.

Bilan élèves

De l'objectif 1
• Pour résoudre un problème, je dois me poser la question : « Est-ce une situation de proportionnalité ? ».
• Parfois, certains mots dans l'énoncé peuvent l'indiquer ; d'autres fois, la situation permet de considérer que c'est proportionnel. Dans ce cas, je dois notifier les grandeurs proportionnelles dans ma réponse.
Dans le problème, il faudrait écrire : pour calculer le prix de 45 kg de thé, je considère que le vendeur ne fait pas de remise, donc que le prix du thé est proportionnel à la masse.

De l'objectif 2
Il existe de nombreuses façons de résoudre un problème de proportionnalité. Je peux choisir la méthode qui me convient le mieux.

Mise en train 2

Au marché, pour le même prix, on a 12 kiwis ou 18 pommes.

a. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 9 pommes ?

Mise en train

2

Au marché, pour le même prix, on a 12 kiwis ou 18 pommes.

a. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 9 pommes ?

b. Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 24 kiwis ?

Mise en train

2

Au marché, pour le même prix, on a 12 kiwis ou 18 pommes.

a. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 9 pommes ?

b. Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 24 kiwis ?

c. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 6 pommes ?

Mise en train 2

Au marché, pour le même prix, on a 12 kiwis ou 18 pommes.

a. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 9 pommes ?

b. Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 24 kiwis ?

c. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 6 pommes ?

d. Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 10 kiwis ?

Mise en train

2

Au marché, pour le même prix, on a 12 kiwis ou 18 pommes.

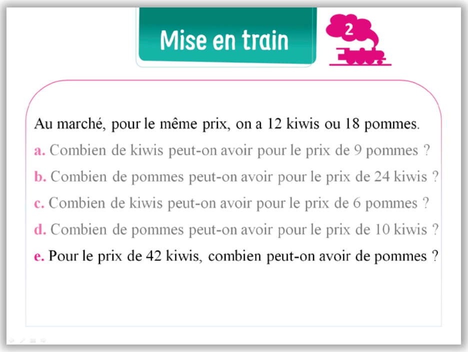
a. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 9 pommes ?

b. Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 24 kiwis ?

c. Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 6 pommes ?

d. Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 10 kiwis ?

e. Pour le prix de 42 kiwis, combien peut-on avoir de pommes ?



Fiche d'accompagnement
Module 1 Proportionnel ou non
MET 2

NIVEAU : 5^{e}

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Encourager l'explicitation du recours à la proportionnalité.

Objectif 2. Échanger autour des différentes procédures valides connues en fin de cycle 3.

Objectif 3. Travailler la linéarité comme procédure performante dans ce type de problèmes où le retour à l'unité n'a pas de sens par rapport à la situation (1,5 pomme pour un kiwi).

Objectif 4. Travailler le calcul réfléchi. Le recours à la linéarité nécessite une bonne connaissance des tables de multiplication et une intelligence du calcul pour voir les décompositions pertinentes.

Modalités pédagogiques

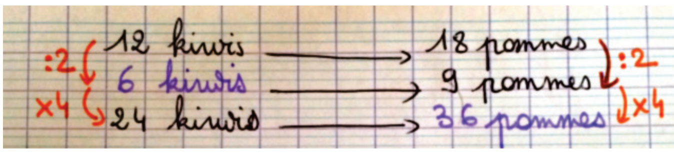
• Cette MET sera proposée après avoir réfléchi à l'activité du thé (MET 1). Sa résolution nécessite d'envisager que le prix est proportionnel au nombre de fruits (les fruits sont considérés comme identiques). Une difficulté vient du fait que le prix n'est pas une des grandeurs utilisées. Les variables didactiques de cette activité engagent l'utilisation de la linéarité.

• La première phrase de l'activité, fixant le lien entre le nombre de pommes et de kiwis obtenus pour le même prix, est projetée au tableau. La première question est posée oralement. Les réponses sont données sur l'ardoise ou à l'oral (type calcul rapide). Les autres questions sont posées l'une après l'autre avec, à chaque fois, un échange de procédures.

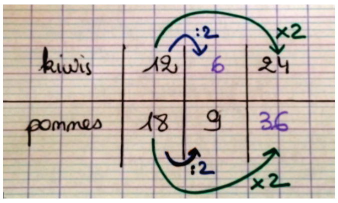
• Les élèves présentent leur procédure. À la première question, le professeur questionne la classe autour de la validité de l'utilisation de « la moitié » (procédure majoritaire). Débat autour de l'utilisation de la proportionnalité.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

Présentations observées
• Des phrases complètes, reliant les quantités.
• Des listes avec un lien fonctionnel :



• Des tableaux :



Dans leur présentation, les élèves ne font aucune référence à la proportionnalité. La première question permet de les inciter à l'indiquer explicitement. On fera écrire par exemple : « pour pouvoir résoudre ce problème, on considère que les fruits sont tous identiques et que la quantité de pommes est proportionnelle à la quantité de kiwis » (référence au prix inutile).
La présentation sous forme de liste est privilégiée lors de la mise en commun, pour éviter l'association automatique du tableau de valeurs à la proportionnalité.
Il faut que les éléments représentant les calculs apparaissent : faire montrer les liens entre les colonnes, faire tracer les flèches.

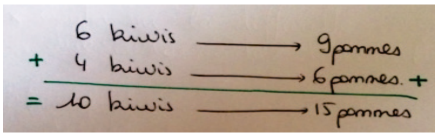
Procédures attendues

a. *Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 9 pommes ?*
Reconnaissance de la moitié de la situation de départ.

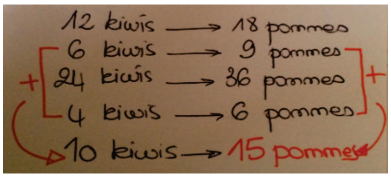
b. *Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 24 kiwis ?*
Reconnaissance du double de la situation de départ ou du quadruple de la situation de la première question.

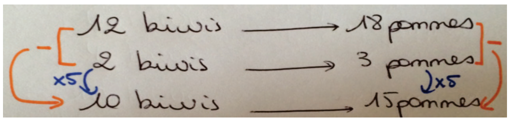
c. *Combien de kiwis peut-on avoir pour le prix de 6 pommes ?*
Reconnaissance du tiers de la situation de départ ou du sixième de la situation de la question **b.**

d. *Combien de pommes peut-on avoir pour le prix de 10 kiwis ?*
Linéarité additive :



Recherche du plus petit lien possible entre les deux grandeurs :





Cela offre d'autres possibilités pour obtenir le nombre de pommes qui correspondent à 10 kiwis (2 × 5 ; 12 – 2).

e. *Pour le prix de 42 kiwis, combien peut-on avoir de pommes ?*
63 pommes qui est obtenu en combinant linéarité multiplicative et additive. Ceux qui ont cherché le plus petit lien possible y auront recours avec efficacité : 42 = 2 × 21.
Certains élèves essayeront avec le coefficient de proportionnalité, ce sera l'occasion d'en discuter la pertinence.

Difficultés attendues

Certains élèves ont des difficultés avec le calcul réfléchi. En particulier, chercher les relations de linéarité entre les situations. Mais appliquer ensuite ce lien pour trouver la quatrième proportionnelle ne pose pas de problème.

Trop souvent, les élèves associent leurs difficultés de calcul à la proportionnalité. Pour remédier à cette difficulté, on pourra :

• proposer d'autres activités du même type ; par exemple, 4 mangas ont la même masse que 5 BD…

• proposer des activités de calcul mental de décomposition de nombres avec des contraintes opératoires (type jeu trio-APMEP) ;

• envisager un prolongement en demandant aux élèves d'inventer des questions supplémentaires. Ils doivent alors réfléchir au choix des nombres pour que les réponses soient des entiers.

Bilan élèves

De l'objectif 1

• Pour résoudre un problème, je dois me poser la question : « Est-ce une situation de proportionnalité ? ».

• Je dois parfois simplifier la réalité. Ici, en considérant par exemple que tous les fruits sont identiques. Faire un tel choix s'appelle modéliser. On doit écrire « on considère que le nombre de pommes est proportionnel au nombre de kiwis » et expliquer pourquoi.

De l'objectif 2

Lorsque je résous un problème qui relève de la proportionnalité, il y a plusieurs méthodes possibles. Je peux raisonner en parallèle avec les deux grandeurs qui interviennent (ici, le nombre de pommes et le nombre de kiwis). Je peux aussi me poser la question « combien pour 1 ? ». Cette méthode de retour à l'unité s'appelle la règle de trois.

De l'objectif 3

Quand deux grandeurs sont proportionnelles :

• si j'ai 6 fois plus de l''une, alors j'aurais 6 fois plus de l'autre ; si j'ai 5 fois moins de l'une, alors j'aurai 5 fois moins de l'autre ;

• si je sais combien j'ai de pommes pour 4 kiwis et combien j'ai de pommes pour 6 kiwis, je peux savoir combien j'ai de pommes pour 10 kiwis : j'additionne les quantités de pommes correspondantes.

De l'objectif 4

Pour résoudre des problèmes, je dois connaitre mes tables et m'entrainer au calcul.

Mise en train

3

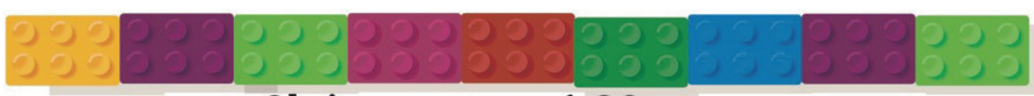
Tao, Vincent, Sophie, Caroline et Claire ont réalisé des lignes avec des briques identiques. Ils ont ensuite mesuré la longueur de leur ligne.

Tao a mesuré 14 cm.

Vincent a mesuré 24 cm.

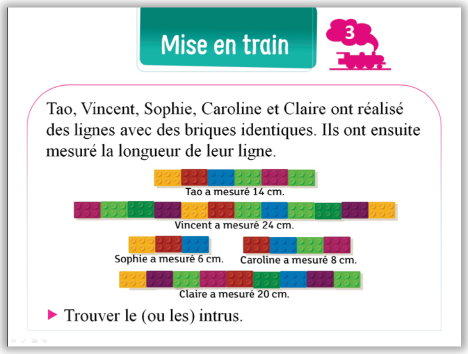
Sophie a mesuré 6 cm.

Caroline a mesuré 8 cm.



Claire a mesuré 20 cm.

▶ Trouver le (ou les) intrus.



Fiche d'accompagnement

Module 1 Proportionnel ou non

MET 3

NIVEAU : 5^{e}

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Repérer les mots-clés de l'énoncé qui permettent de déterminer une situation de proportionnalité.

Objectif 2. Travailler les procédures permettant de montrer la non proportionnalité (validation / invalidation des différentes procédures).

Modalités pédagogiques

Dans cette MET, le modèle proportionnel est imposé par des mots-clés dans la présentation de la situation ; il s'agit de chercher à le mettre en défaut. La première situation est très simple (une brique mesure 2 cm).

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

C'est Claire et Tao qui ont fait une erreur.
• Retour à l'unité (1 brique mesure 2 cm) et vérification dans chaque cas.
• Retour à l'unité utilisée comme coefficient.
• Tao a fait une ligne comportant moitié moins de briques que Vincent, mais la longueur n'est pas la moitié de celle de Vincent.
• Recours à la linéarité additive (méthode erronée) : en mettant bout à bout les lignes de Sophie et de Tao, on obtient la ligne de Claire, ce qui peut laisser penser que c'est proportionnel. Comme la longueur de la ligne de Tao est fausse, cette méthode n'est pas pertinente.

Bilan élèves

De l'objectif 1
Je repère dans l'énoncé les mots-clés qui m'indiquent une situation de proportionnalité. Les cubes sont identiques, donc la longueur des barres est proportionnelle au nombre de cubes.

De l'objectif 2
Attention : certaines méthodes utiles pour montrer qu'un couple de valeurs n'est pas proportionnel aux autres ne sont pas suffisantes pour montrer la proportionnalité. Je dois penser à vérifier toutes les valeurs.

Mise en train 4

Dans un magasin, tous les bonbons sont au même prix au kilogramme.

Sur le comptoir, on peut voir les sachets suivants :

▶ Trouver l’intrus.

Fiche d'accompagnement
Module 1 Proportionnel ou non
MET 4

NIVEAU : 5^{e}

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Repérer les mots-clés de l'énoncé qui permettent de déterminer une situation de proportionnalité.

Objectif 2. Travailler les procédures permettant de montrer la non-proportionnalité (validation / invalidation des différentes procédures).

Modalités pédagogiques

Dans cette MET, le modèle proportionnel est imposé par des mots-clés dans la présentation de la situation ; il s'agit de chercher à le mettre en défaut. Le recours au calcul est quasiment obligatoire. Le but est de comparer les différentes procédures pour évaluer celles qui sont pertinentes.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

Réponses attendues / Réactions d'élèves
Le sachet de 500 g est l'intrus.
• Retour à « l'unité » (100 g pour 0,60 €) et vérification dans chaque cas.
• Retour à l'unité utilisée comme coefficient.
• Le sachet de 500 g est plus lourd que les sachets de 200 g et 250 g réunis. Pourtant, son prix est moindre.
• Linéarité multiplicative pour calculer le prix au kilogramme et comparer les sachets de 200 g et de 500 g.

Difficultés attendues
Le traitement des décimaux peut poser problème, certains élèves contournant la difficulté en ayant recours aux centimes.

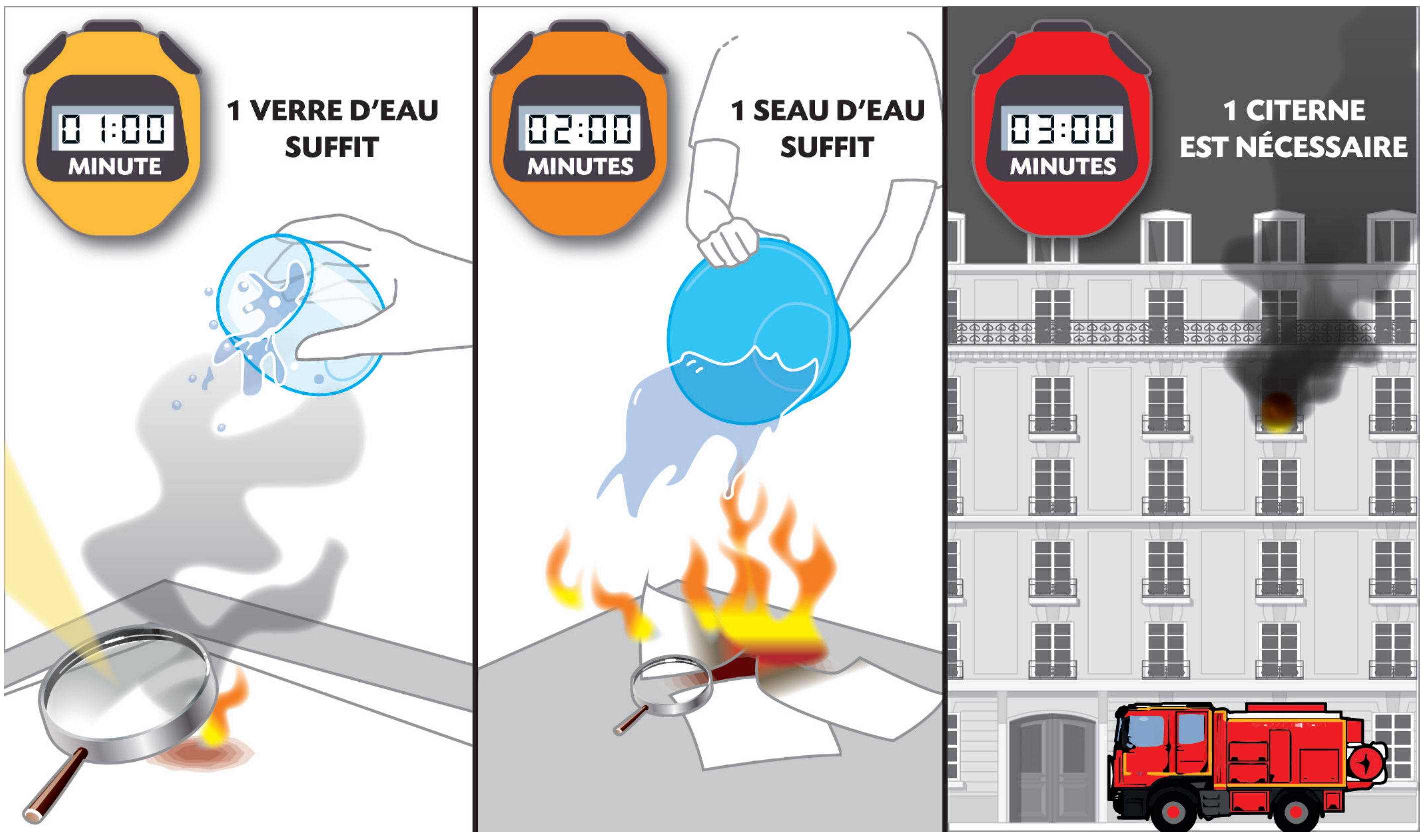
Bilan élèves

De l'objectif 1
Je repère dans l'énoncé les mots-clés qui m'indiquent une situation de proportionnalité. Les bonbons sont au même prix, donc le prix des bonbons est proportionnel à leur masse.

De l'objectif 2
Attention : certaines méthodes utiles pour montrer qu'un couple de valeurs n'est pas proportionnel aux autres ne sont pas suffisantes pour montrer la proportionnalité. Je dois penser à vérifier toutes les valeurs.

Mise en train

5



▶ Que faut-il pour éteindre un feu commencé il y a 7 minutes ?

Fiche d'accompagnement

Module 1 Proportionnel ou non

MET 5

NIVEAU : 5^{e}

Objectifs d'apprentissage

• Développer l'esprit critique des élèves en proposant une situation authentique non proportionnelle qui engage pourtant à utiliser la linéarité.
• Permettre d'engager une réflexion sur l'existence d'autres modèles.

Modalités pédagogiques

• Les élèves cherchent quelques minutes. L'enseignant collecte oralement les réponses de tous les élèves (quel(s) contenant(s) et en quelle quantité). La justification avec le calcul vient dans un second temps. Il est important de laisser toutes les réponses s'exprimer avec leur justification et de faire débattre les élèves.
• On pose alors la question de la validation : pour utiliser leurs méthodes de calcul, il est nécessaire que la contenance des objets soit proportionnelle à la durée du feu. Est-ce vraiment le cas ? Les élèves ont recours implicitement à la linéarité, sans s'interroger sur la pertinence du modèle proportionnel dans cette situation. Il faut leur faire étudier les données pour montrer que la contenance des objets et la durée ne sont pas proportionnelles (un travail sur les ordres de grandeurs des objets suffit).

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

La situation n'est pas proportionnelle, pourtant les élèves mobilisent la linéarité. Ils obtiennent ainsi de nombreuses réponses différentes qui pour eux sont justes car justifiées par un calcul.
• Dans un premier temps : utilisation de la linéarité.
• Au fur et à mesure de l'exposé des solutions : questionnement autour de la contenance des objets pour valider la proportionnalité.
• Des réponses vraisemblables dans la réalité (Canadair, hélicoptère) amènent un questionnement : peut-on « inventer » des réponses ?
• Questionnement autour de l'existence d'un autre modèle.

Bilan élèves

Dans certaines situations, le modèle de la proportionnalité ne s'applique pas. Je dois trouver une autre manière de résoudre le problème (éteindre le feu). Je peux le faire avec de nouveaux outils mathématiques.

Mise en train

6

a. Pierre a 38 ans, son fils a 11 ans.

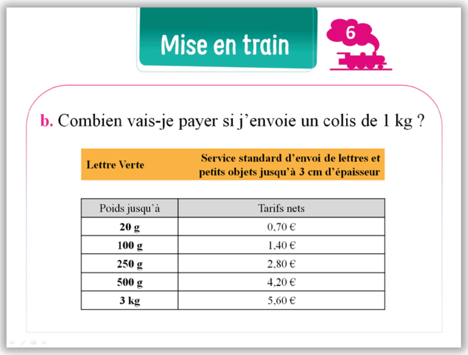
Quel âge aura Pierre quand son fils aura 22 ans ?

Mise en train 6

b. Combien vais-je payer si j’envoie un colis de 1 kg ?

Lettre Verte	**Service standard d’envoi de lettres et petits objets jusqu’à 3 cm d’épaisseur**

Poids jusqu’à	Tarifs nets
20 g	0,70 €
100 g	1,40 €
250 g	2,80 €
500 g	4,20 €
3 kg	5,60 €


Mise en train 6

b. Combien vais-je payer si j'envoie un colis de 1 kg ?

Lettre Verte	Service standard d'envoi de lettres et petits objets jusqu'à 3 cm d'épaisseur

Poids jusqu'à	Tarifs nets
20 g	0,70 €
100 g	1,40 €
250 g	2,80 €
500 g	4,20 €
3 kg	5,60 €

Fiche d'accompagnement
Module 1 Proportionnel ou non
MET 6

NIVEAU : 5^e

Objectif d'apprentissage

Montrer qu'il est possible de résoudre des problèmes qui ne relèvent pas de la proportionnalité.

Modalités pédagogiques

Cette MET sera proposée après avoir réfléchi à l'activité « éteindre un feu » (MET 5) où les élèves auront rencontré une situation de non proportionnalité que l'on ne sait pas résoudre et pour laquelle il faut inventer de nouveaux modèles.
Pour cette MET, les situations ne sont pas proportionnelles, mais on peut répondre très exactement. Il faut laisser les élèves exprimer leurs réponses et leur demander de donner des arguments pour convaincre leurs camarades.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

La situation n'est pas proportionnelle, pourtant les élèves mobilisent la linéarité. Ils obtiennent ainsi des réponses invraisemblables.
Procédures attendues
a. Les âges
• Utilisation de la linéarité : l'âge du fils a doublé, les élèves doublent l'âge du père.
• L'âge du fils augmente de 11 ans, l'âge du père aussi.
b. Le colis
• Utilisation de la linéarité :
10×100 g $\rightarrow 10 \times 1{,}40$ € $= 14$ € ou 2×500 g $\rightarrow 2 \times 4{,}20$ € $= 8{,}40$ €
• Lecture correcte du tableau.
Prolongement : aire de carrés
• Calculer l'aire d'un carré dont le côté mesure 4 cm.
• Quelle est l'aire du carré dont le côté mesure 8 cm ?

Bilan élèves

Même si la situation n'est pas proportionnelle, je peux chercher d'autres outils mathématiques pour résoudre le problème.