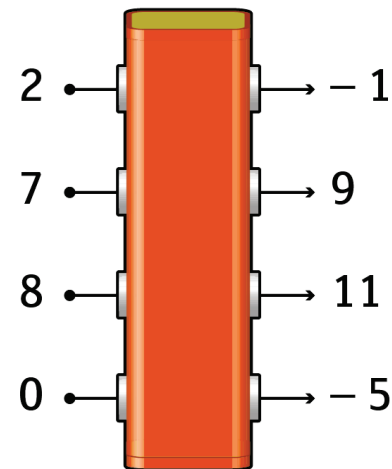
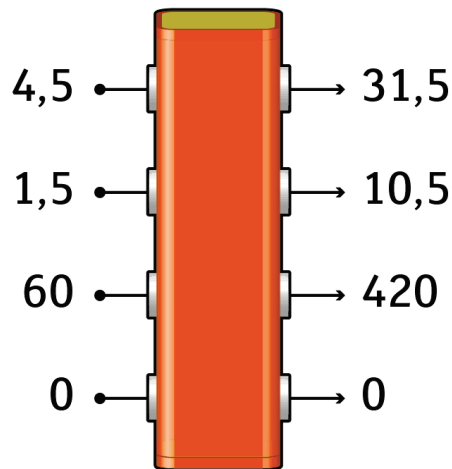


# Mise en train


55



Dans chacune de ces boites noires, un programme de calcul permet d'obtenir le résultat à partir du nombre de départ.



► Quel est le programme de chaque boite ?

**Mise en train**  55

Dans chacune de ces boîtes noires, un programme de calcul permet d'obtenir le résultat à partir du nombre de départ.

4,5	31,5	2	-1
1,5	10,5	7	9
60	420	8	11
0	0	0	-5

► Quel est le programme de chaque boîte ?

**Fiche d'accompagnement**  
**Module 10 Fonctions**  
**MET 55**

NIVEAU : 3<sup>e</sup>

**Objectif d'apprentissage**

Exprimer une dépendance sous la forme d'une expression algébrique.

**Modalités pédagogiques**

Cette mise en train peut être proposée sur tout le cycle 4 en modifiant les objectifs d'acquisition de vocabulaire et de notation.

**Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés**

- Ce travail demande aux élèves de déterminer le lien de dépendance entre deux séries de nombres. Le premier lien est linéaire  $f(x) = 7x$  (on mettra en avant la proportionnalité) et le second est affine  $g(x) = 2x - 5$  (que l'on peut voir comme une proportionnalité décalée). Une idée est ici de mettre en valeur des antécédents intéressants comme 0 ou le fait de choisir des antécédents qui ont 1 unité d'écart. Dans un premier temps, les élèves procèdent par tâtonnement, puis ils élaborent différentes stratégies liées aux remarques précédentes.
- L'image de 0, par exemple, permet de déterminer si le programme de calcul est une somme. Dans la deuxième boîte, les élèves peuvent ajouter 5 au résultat pour remonter la dernière étape du programme de calcul et chercher le lien entre l'antécédent et ce nombre intermédiaire. Il peut être intéressant d'avoir recours à un tableur pour rendre l'activité plus interactive et permettre aux élèves de demander les images de nombres qu'ils choisissent, en limitant petit à petit le nombre d'antécédents. Cela permet de développer davantage les stratégies.
- Dans cette mise en train, on peut choisir d'introduire le vocabulaire « antécédent », « image » et la notation fonctionnelle. Le coefficient directeur peut être vu comme le coefficient de proportionnalité des écarts puisque dans cette activité aucun lien n'est fait avec le graphique. De même l'ordonnée à l'origine ne doit être mentionnée que comme l'image de zéro. On peut aussi rester sur les stratégies de recherche, en particulier en tout début de cycle quand les élèves n'ont pas encore recours au calcul littéral. Pour une utilisation en début de cycle, on pourra écrire le programme de calcul à l'aide de flèches et/ou utiliser un tableur pour la production de formule.

- Un prolongement possible consiste à faire inventer ces boîtes noires par les élèves en leur demandant de rentrer la formule dans un tableur pour qu'ils puissent à la demande indiquer les images des nombres proposés par leurs camarades.

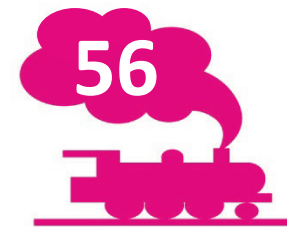
L'IREM Paris-Nord propose au téléchargement des feuilles de calcul contenant des boîtes noires : [http://www-irem.univ-paris13.fr/site\\_spip/spip.php?article308](http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?article308)

## **Bilan élèves**

Pour chercher un programme de calcul entre un nombre de départ et un résultat, je dois choisir des valeurs intéressantes (par exemple 0 comme nombre de départ), chercher s'il y a un lien de proportionnalité entre les écarts, et éventuellement définir le vocabulaire.

# Mise en train


56



Nous sommes des points d'une même famille lorsque notre abscisse et notre ordonnée sont liées par le même programme de calcul.

Pour trouver les coordonnées des points de la **famille Carré** :

- je choisis une abscisse,
  - je calcule son carré,
  - je divise le résultat par 4,
  - le nombre trouvé est l'ordonnée.
- Placer plusieurs points de notre famille sur le graphique fourni.  
Écrire l'adresse de notre famille avec une expression littérale.

**Mise en train** 

Nous sommes des points d'une même famille lorsque notre abscisse et notre ordonnée sont liées par le même programme de calcul.

Pour trouver les coordonnées des points de la **famille Carré** :

- je choisis une abscisse,
- je calcule son carré,
- je divise le résultat par 4,
- le nombre trouvé est l'ordonnée.

► Placer plusieurs points de notre famille sur le graphique fourni.  
Écrire l'adresse de notre famille avec une expression littérale.

**Fiche d'accompagnement**  
**Module 10 Fonctions**  
**MET 56**

NIVEAU : 3<sup>e</sup>

**Objectif d'apprentissage**

Travail sur l'expression algébrique, la représentation graphique, l'utilisation de la calculatrice.

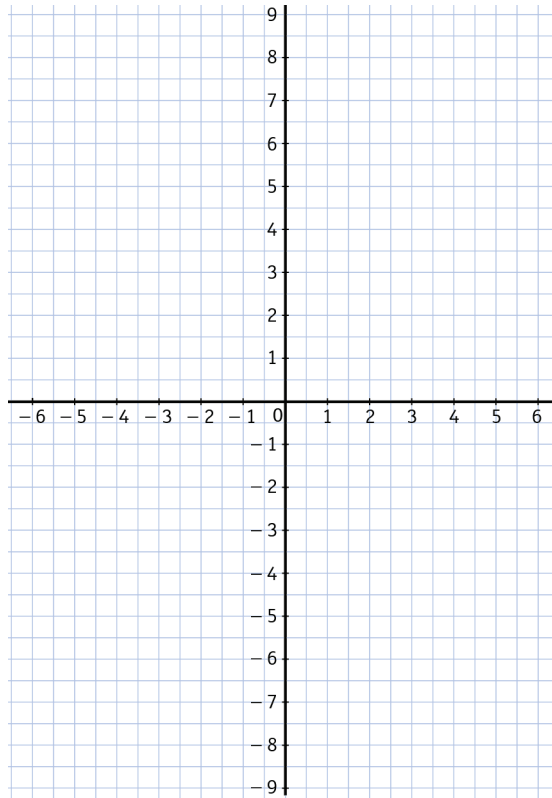
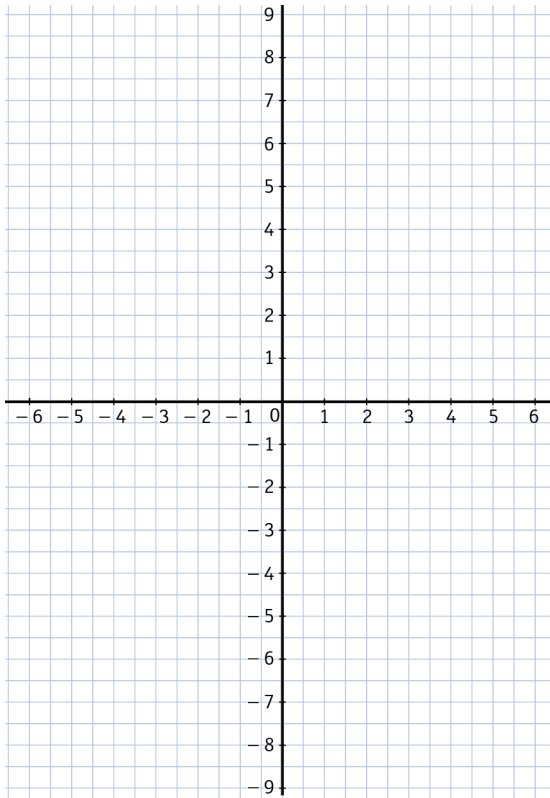
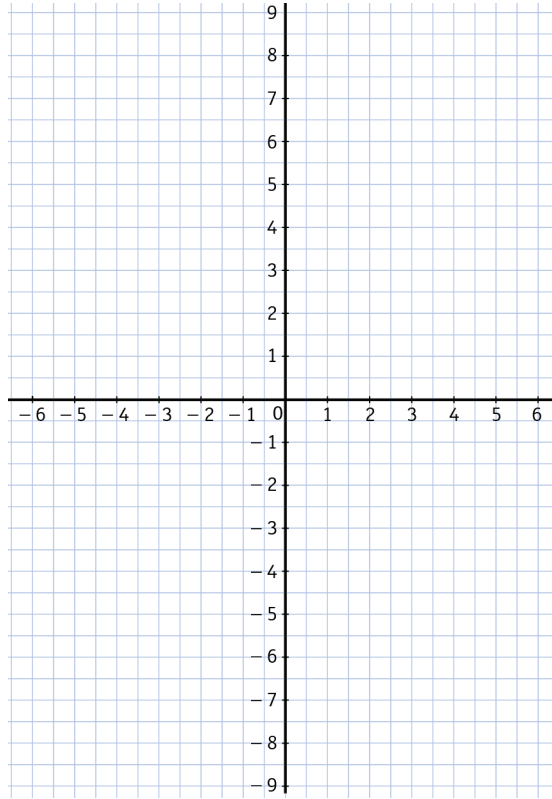
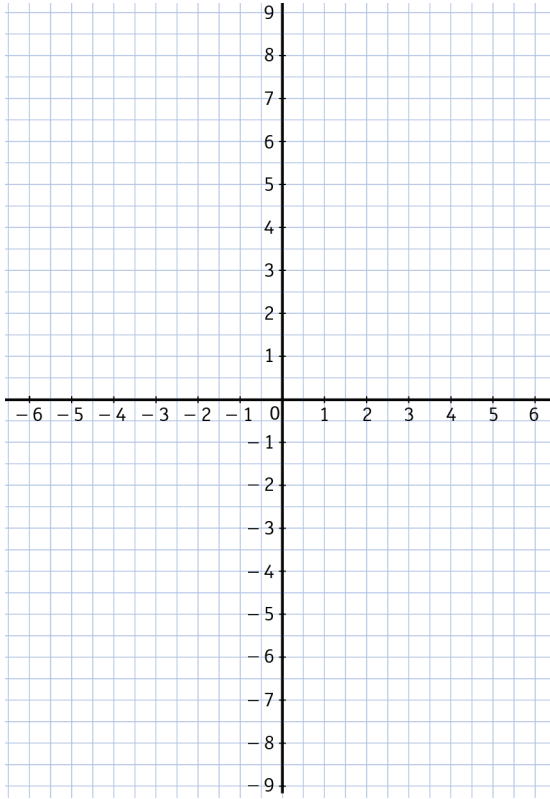
**Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés**

- Cette mise en train s'articule avec la suivante. Nous avons choisi de commencer par faire représenter une fonction carrée pour éviter l'association systématique fonction/représentation par une droite. L'idée de parler de famille de points donne du sens à la notion de représentation d'une fonction comme ensemble de points vérifiant  $(x ; f(x))$  et permet de ne pas bloquer certains élèves. On encouragera les élèves à produire un tableau de valeurs et à utiliser l'outil table de la calculatrice (qui motive vraiment les élèves à produire l'expression algébrique de la fonction). Il ne faut pas négliger la difficulté qu'éprouveront certains élèves à représenter les points. Comme dans la mise en train précédente, il n'est pas nécessaire de mobiliser le vocabulaire « image / antécédent » mais il est possible de le travailler.
- Les élèves peuvent remarquer une symétrie et s'interroger sur la forme du graphique (droite, ensemble de segments, courbe) et la nécessité de déterminer suffisamment de points pour avoir une image fiable de la courbe. En enchainant avec la mise en train suivante, on pourra travailler sur la possibilité de relier un type d'expression algébrique avec un type de graphique pour déterminer à l'avance le nombre de points nécessaire à la représentation.
- Pour la correction, il est vraiment pertinent d'utiliser un logiciel de géométrie dynamique avec une fenêtre algèbre, graphique et tableur pour faire cohabiter les trois registres et vérifier que tous les points déterminés par les élèves appartiennent bien à la même courbe et que les autres points de la courbe vérifient bien le lien donné par le programme de calcul.

**Bilan élèves**

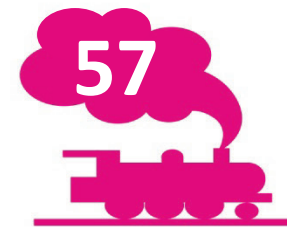
Les points de la famille **Carré** sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées (axe vertical). Ils ne forment pas une droite. Pour déterminer rapidement les points de la famille, j'ai utilisé la formule et la calculatrice.

**Annexe (à distribuer aux élèves)**



# Mise en train

57



Nous sommes des points d'une même famille lorsque notre abscisse et notre ordonnée sont liées par le même programme de calcul.

Pour trouver les coordonnées des points de la **Famille 1** :

- je choisis une abscisse,
- je la multiplie par 2,
- je divise le résultat par 4,
- le nombre trouvé est l'ordonnée.

Pour trouver les coordonnées des points de la **Famille 2** :

- je choisis une abscisse,
- je la divise par 2,
- j'ajoute 4 au résultat,
- le nombre trouvé est l'ordonnée.

► Placer plusieurs points de chaque famille sur le graphique fourni.

Écrire l'adresse de chaque famille avec une expression littérale.



## Mise en train

57

Nous sommes des points d'une même famille lorsque notre abscisse et notre ordonnée sont liées par le même programme de calcul.

Pour trouver les coordonnées des points de la **Famille 1** :

- je choisis une abscisse,
- je la multiplie par 2,
- je divise le résultat par 4,
- le nombre trouvé est l'ordonnée.

Pour trouver les coordonnées des points de la **Famille 2** :

- je choisis une abscisse,
- je la divise par 2,
- j'ajoute 4 au résultat,
- le nombre trouvé est l'ordonnée.

► Placer plusieurs points de chaque famille sur le graphique fourni.

Écrire l'adresse de chaque famille avec une expression littérale.

## Fiche d'accompagnement

### Module 10 Fonctions

#### MET 57

NIVEAU : 3<sup>e</sup>

### Objectif d'apprentissage

Travail sur l'expression algébrique, la représentation graphique, l'utilisation de la calculatrice.

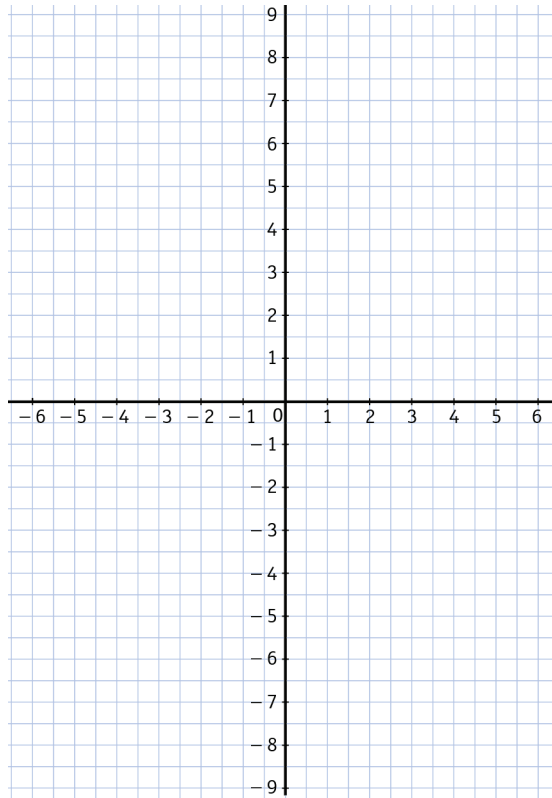
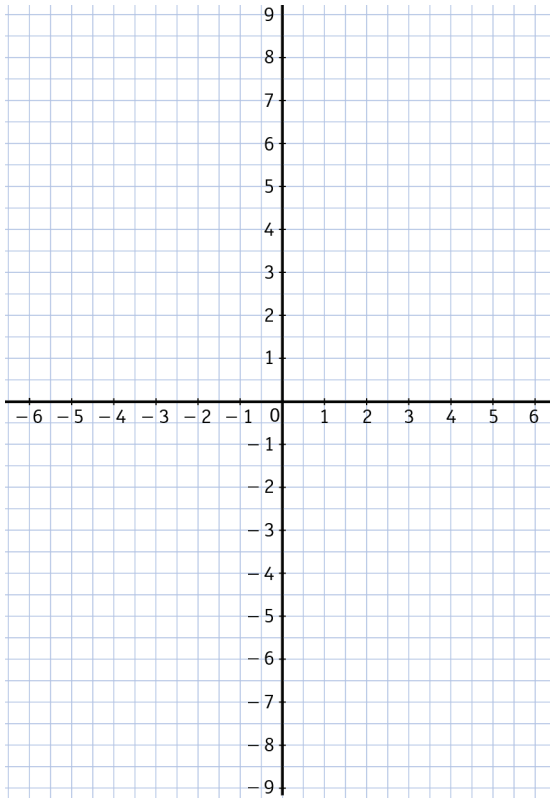
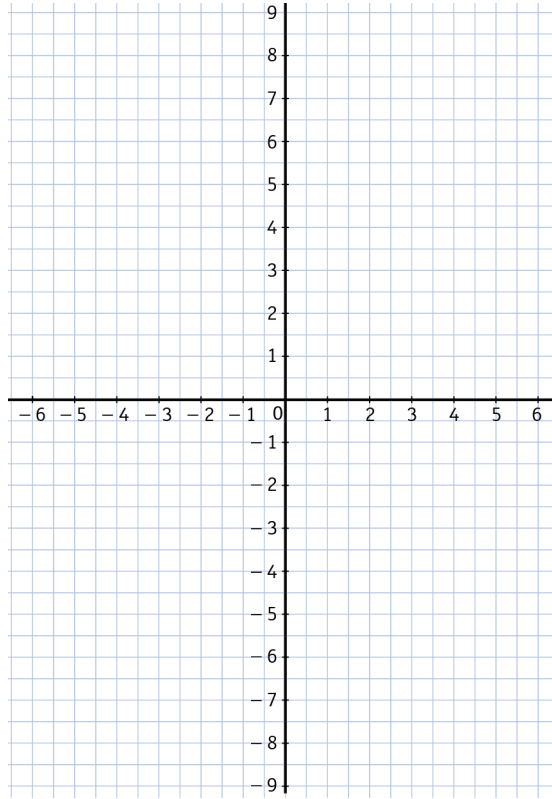
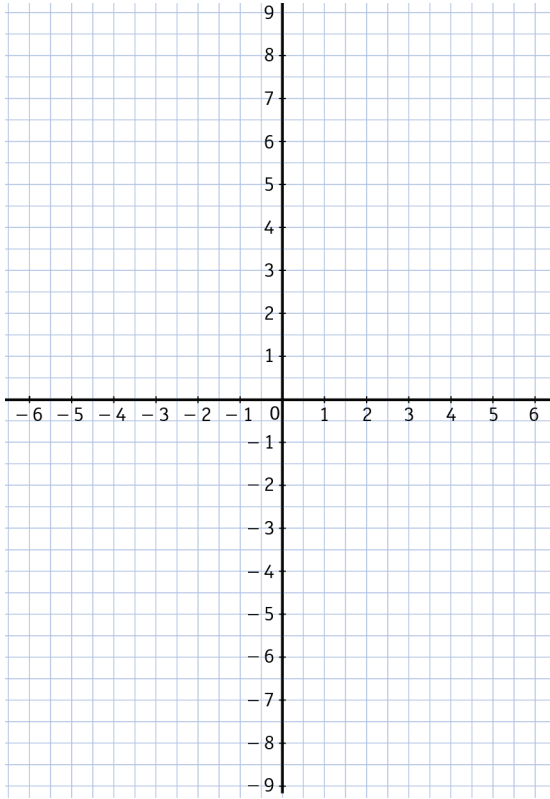
### Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

- Cette mise en train s'articule avec la précédente. Les deux familles proposées sont linéaires et affines et leurs représentations sont des droites parallèles. Après la mise en train, les élèves devraient être plus à l'aise pour produire un tableau de valeurs et représenter les points. On pourra utiliser le même graphique pour gagner du temps. Pour différencier, on pourra proposer au plus rapide de chercher les points d'intersection entre les familles graphiquement ou par le calcul pour la famille **Carré** et la famille **1**.
- On invitera les élèves à émettre des conjectures concernant la forme du graphique (droite passant par l'origine ou non) et à relier le type d'expression algébrique avec le type de graphique pour déterminer à l'avance le nombre de points nécessaire à la représentation. La fonction linéaire est à relier avec la situation de proportionnalité que les élèves ont déjà rencontrée sous la forme d'un graphique ou d'un programme de calcul. Le choix de représentations par des droites parallèles devrait encourager les élèves à émettre des conjectures concernant le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine. Encore une fois, le vocabulaire n'est pas forcément nécessaire.
- Pour la correction, il est vraiment pertinent d'utiliser un logiciel de géométrie dynamique avec une fenêtre algèbre, graphique et tableur pour faire cohabiter les trois registres et vérifier que tous les points déterminés par les élèves appartiennent bien à la même courbe et que les autres points de la courbe vérifient bien le lien donné par le programme de calcul.

### Bilan élèves

- Si j'obtiens une famille dont l'adresse est du type  $ax$  ( $a$  fixé) alors c'est une situation de proportionnalité et elle est représentée par une droite passant par l'origine du repère.
- Si j'obtiens une famille dont l'adresse est du type  $ax + b$  ( $a$  et  $b$  fixés) alors elle est représentée par une droite passant par le point  $(0 ; b)$ .

**Annexe (à distribuer aux élèves)**



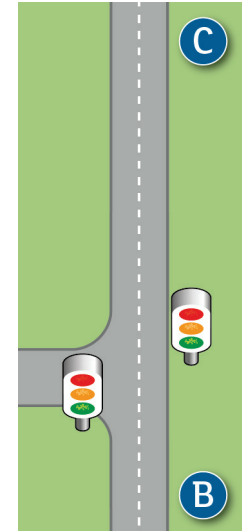
# Mise en train

58



Georges se promène à vélo, de place de la Bourse (B) à Cordelier (C).

**a.** Imaginer un graphique représentant sa vitesse en fonction du temps.



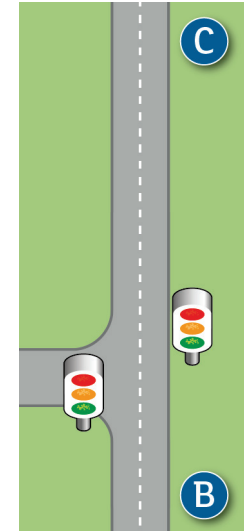
# Mise en train

58



Georges se promène à vélo, de place de la Bourse (B) à Cordelier (C).

- Imaginer un graphique représentant sa vitesse en fonction du temps.
- Imaginer un graphique représentant la distance parcourue en fonction du temps.



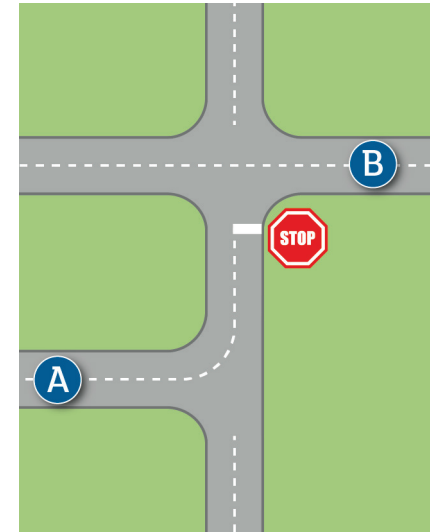
# Mise en train

58



Désormais Georges se promène de Ampère (A) à la place de la Bourse (B).

**c.** Imaginer un graphique représentant sa vitesse en fonction du temps.



# Mise en train

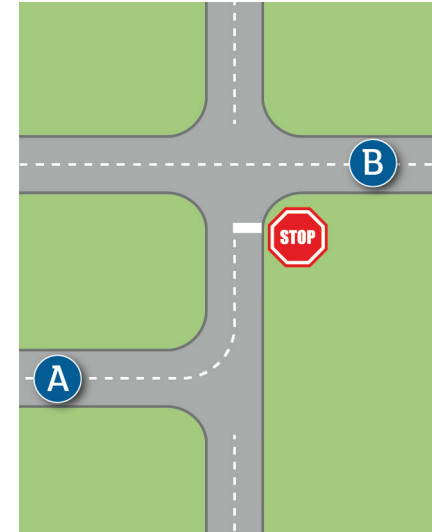
58




Désormais Georges se promène de Ampère (A) à la place de la Bourse (B).

**c.** Imaginer un graphique représentant sa vitesse en fonction du temps.

**d.** Imaginer un graphique représentant la distance parcourue en fonction du temps.

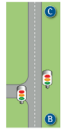


**Mise en train**  58

Georges se promène à vélo, de place de la Bourse (B) à Cordelier (C).

**a.** Imaginer un graphique représentant sa vitesse en fonction du temps.

**b.** Imaginer un graphique représentant la distance parcourue en fonction du temps.



**Fiche d'accompagnement**  
**Module 10 Fonctions**  
**MET 58**

NIVEAU : 3<sup>e</sup>

**Objectif d'apprentissage**

**Objectif 1.** Représenter une situation de dépendance.

**Objectif 2.** Comprendre que différents choix des variables modifient la représentation de la même situation.

**Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés**

- Dans la première diapositive, l'erreur attendue est une droite verticale représentant l'image de la trajectoire que se font les élèves.

Pour la question **a**, les élèves pourront évoquer deux cas de figure. Si le feu est vert, on peut considérer que la vitesse reste constante ; si le feu passe au rouge, la vitesse diminue (on pourra faire réfléchir les élèves sur la manière dont elle diminue, est-ce proportionnellement ?), est nulle puis augmente à nouveau.

Pour la question **b**, si le feu est vert, la distance parcourue sera proportionnelle à la durée, on reviendra sur l'aspect graphique de la proportionnalité.

- La troisième et la quatrième diapositive constituent un prolongement des précédentes avec les mêmes types d'enjeux : des virages qui forcent à ralentir, un stop qui est un arrêt prévu pour lequel on ralentit donc plus progressivement.

- Pour la mise en commun, on pourra faire passer plusieurs élèves au tableau pour qu'ils proposent leur solution. On fera ensuite débattre les élèves autour de ces solutions. Il s'agit bien de demander une allure de la courbe. On ne demandera pas forcément aux élèves de graduer les axes par exemple.

- Ces activités permettent donc de réfléchir à la forme du graphique et à son interprétation (croissance, décroissance, pente).

- En prolongement, pour d'autres mises en train sur ce thème, on trouvera des situations avec une accroche vidéo sur le site de Dan Meyer, <http://graphingstories.com>.

On en retrouve aussi sur le site <http://www.experiencingmaths.org>, thème **CONSTRUIRE** et onglet **Courbes et Vitesses**.

## Bilan élèves

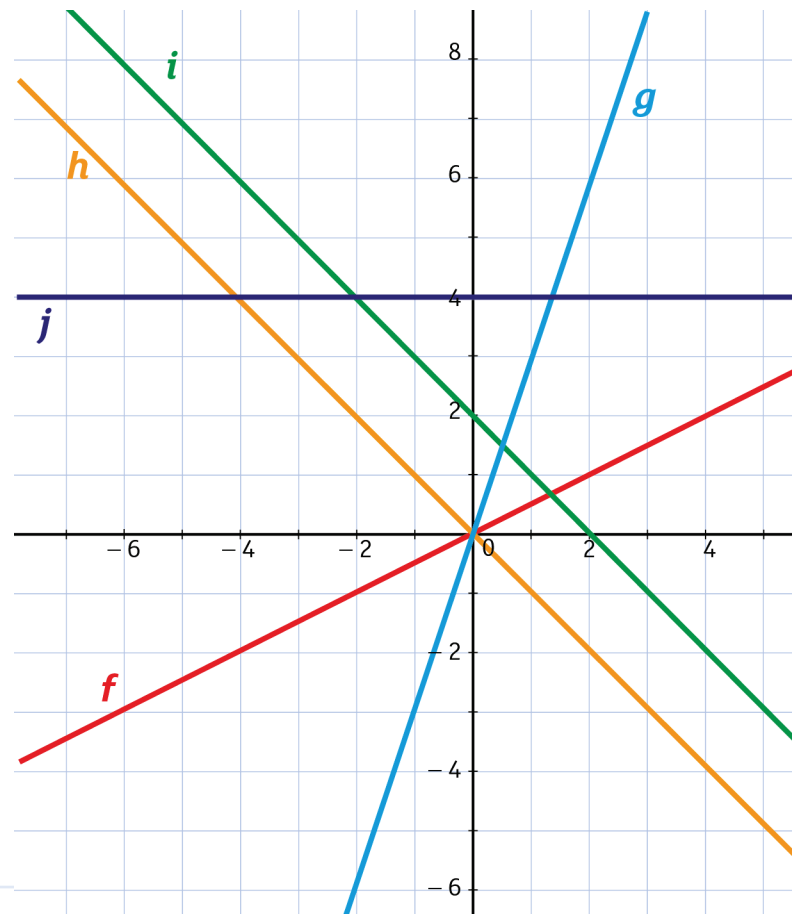
- En étudiant deux aspects différents d'une même situation, j'obtiens des graphiques différents.
- Une situation de proportionnalité est représentée par une droite qui passe par l'origine du repère.

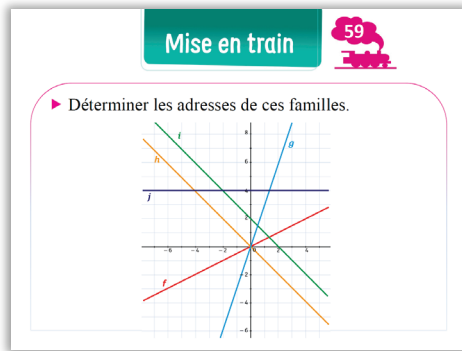
# Mise en train

59



- Déterminer les adresses de ces familles.





**Fiche d'accompagnement**  
**Module 10 Fonctions**  
**MET 59**

NIVEAU : 3<sup>e</sup>

**Objectif d'apprentissage**

Lire et interpréter graphiquement les paramètres d'une fonction affine représentée par une droite.

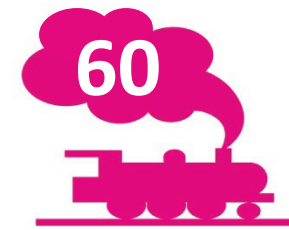
**Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés**

- Cette mise en train peut être utilisée de deux manières différentes :
  - soit comme un entraînement,
  - soit comme activité de découverte de la lecture du coefficient directeur (l'ordonnée à l'origine a déjà été abordée lors du premier travail sur les familles).
- Nous avons choisi des valeurs simples pour le coefficient directeur (valeur entière ou demi), et nous avons représenté des droites parallèles (une affine, une linéaire) pour faire apparaître le lien entre la pente et le coefficient directeur, et faire émerger l'idée d'une « proportionnalité décalée ». On pourra ainsi faire émerger que la proportionnalité entre l'abscisse et l'ordonnée pour les points appartenant à la représentation graphique de la fonction linéaire apparaît entre les accroissements en abscisse et en ordonnée pour les points appartenant à la représentation graphique de la fonction affine et que cela peut s'observer de la même manière sur le graphique. On pourra proposer aux élèves qui bloquent de lire des coordonnées de points pour pouvoir établir un tableau de valeurs. Le travail autour des boîtes noires sera alors repris.

**Bilan élèves**

- Je peux déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur d'une fonction affine.
- Quand le coefficient directeur est négatif / positif, la droite descend / monte.

# Mise en train




Pour délimiter une zone de baignade rectangulaire ABCD, un maitre-nageur utilise :

- une corde de 78 m de long, attachée à deux piquets A et D ;
- deux bouées B et C.




► Où doit-il placer ses piquets et ses bouées pour obtenir une zone de baignade ayant la plus grande aire possible ?

**Mise en train** 60 

Pour délimiter une zone de baignade rectangulaire ABCD, un maître-nageur utilise :

- une corde de 78 m de long, attachée à deux piquets A et D ;
- deux bouées B et C.



► Où doit-il placer ses piquets et ses bouées pour obtenir une zone de baignade ayant la plus grande aire possible ?

**Fiche d'accompagnement**  
**Module 10 Fonctions**  
**MET 60**

NIVEAU : 3<sup>e</sup>

**Objectif d'apprentissage**

Optimiser à l'aide d'une fonction.

**Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés**

- Cette situation est assez classique. Dans l'énoncé, la situation est déjà modélisée puisque les élèves n'ont pas le choix pour la forme de baignade. Cependant, nous la proposons sans question intermédiaire et nous laissons l'utilisation de la lettre à l'initiative de l'élève. C'est une mise en train longue qui peut prendre plus d'une demi-heure pour laisser aux élèves le temps de faire les essais. Une première idée des élèves est d'ailleurs de faire un essai en faisant une forme carrée (le choix de 78 m permet d'obtenir une valeur entière pour une zone de baignade de forme carrée). On les encouragera, lors des essais suivants, à écrire les calculs en une expression pour faire émerger l'expression de l'aire en fonction de la distance AB. Suivant l'habitude des élèves à utiliser un tableur (par exemple, celui de la calculatrice), le recours à la lettre peut sembler utile pour certains d'entre eux afin d'automatiser les essais. Le choix de la valeur oblige les élèves à faire varier le pas puisque l'antécédent du maximum est 19,5. On pourra leur faire remarquer la symétrie dans le tableau de valeurs.

- Certains élèves ont l'intuition qu'il faut former un rectangle composé de deux carrés pour obtenir la plus grande aire : ils obtiennent donc la valeur 19,5 en divisant 78 par 4. Ces élèves ont souvent du mal à expliquer leur raisonnement et il est difficile de le justifier au niveau de la 3<sup>e</sup>. On pourra proposer à ces élèves de faire quelques essais pour valider leur conjecture.

- Cette activité a été analysée dans un article de PLOT (APMEP) que l'on retrouve en ligne : [http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Lac\\_Cercle\\_Monfront.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Lac_Cercle_Monfront.pdf)

**Bilan élèves**

En 3<sup>e</sup>, pour déterminer un maximum, je dois faire des essais. Je peux aller plus vite avec l'aide d'un tableur. Dans ce cas, je dois mathématiser la situation en utilisant une fonction.