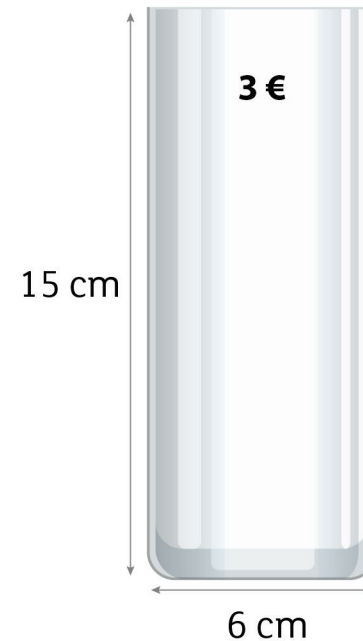
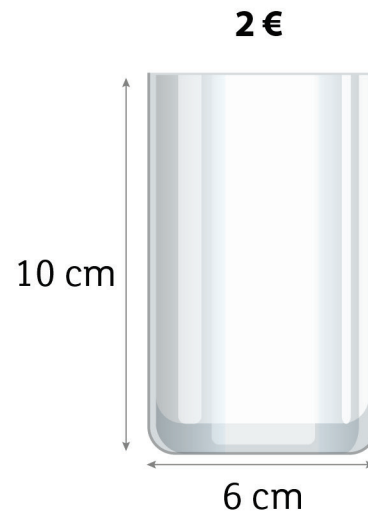
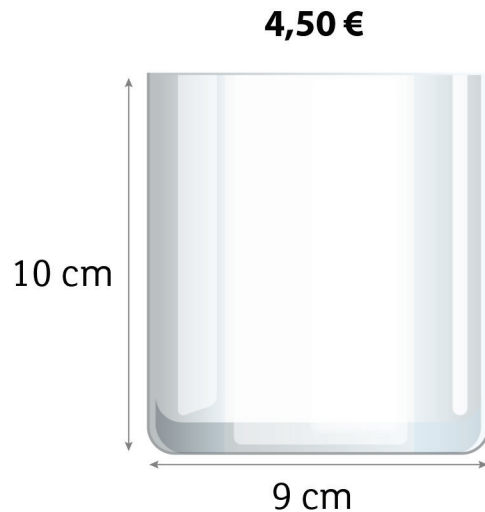


Mise en train


19



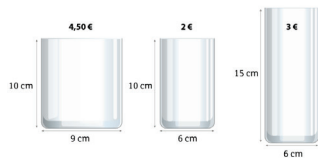
J'ai 5 €.



► Que vais-je choisir ?

Mise en train  19

J'ai 5 €.



► Que vais-je choisir ?

Fiche d'accompagnement
Module 4 Relations longueur, périmètre, aire, volume
MET 19

NIVEAU : 4^e

Objectifs d'apprentissage

- Objectif 1.** Comparer des grandeurs.
- Objectif 2.** Éduquer au choix.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

- Cette mise en train travaille la reconnaissance de la proportionnalité ou non-proportionnalité du volume d'un cylindre par rapport à la hauteur ou au diamètre.
- Dans les deux cas le coefficient multiplicateur modifiant le diamètre ou la hauteur est de 1,5. Les élèves peuvent penser que les volumes des deux verres modifiés sont identiques et logiquement choisir le verre à 3 €.
- Avec 5 €, ils peuvent aussi combiner les verres à 2 € et 3 €. Il faut alors vérifier que c'est plus intéressant qu'un verre à 4,50 €.
- En fait, le prix au litre est le même dans les deux cas. Il pourra être intéressant de se poser la question du pourquoi de cette égalité.

Bilan élèves

- Le volume d'un cylindre n'est pas proportionnel à son diamètre.
- Le volume d'un cylindre est proportionnel à sa hauteur.

Mise en train


20



► Vrai ou faux ?

« Dans la famille des rectangles qui ont un côté de 4,5 cm :

- l'aire est proportionnelle au deuxième côté ;
- le périmètre est proportionnel au deuxième côté. »

Mise en train  20

► Vrai ou faux ?

« Dans la famille des rectangles qui ont un côté de 4,5 cm :

- l'aire est proportionnelle au deuxième côté ;
- le périmètre est proportionnel au deuxième côté. »

Fiche d'accompagnement
Module 4 Relations longueur, périmètre, aire, volume
MET 20

NIVEAU : 4^e

Objectifs d'apprentissage

Comparer des grandeurs.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

- Une première difficulté provient de la compréhension de l'énoncé. Quels sont les rectangles qui font partie de cette famille ?
- Nous avons choisi de faire référence au côté plutôt qu'à la longueur et à la largeur pour que les élèves puissent envisager tous les cas, deuxième côté plus ou moins grand que 4,5 cm. Si l'utilisation du mot côté pour le rectangle est vraiment problématique, on pourra désigner ce côté comme largeur. Pour les élèves qui bloquent, on pourra proposer de faire des essais sur quelques rectangles qui ont un côté de 4,5 cm.
- Une autre difficulté vient de la confusion entre aire et périmètre dont on n'hésitera pas à rappeler les formules.
- On pourra aussi revenir sur les différentes procédures utilisées par les élèves pour déterminer si une situation est proportionnelle ou non. Et travailler les différents registres de la proportionnalité.
- Cette mise en train, si elle est proposée en 3^e, peut permettre de travailler la notion de fonction affine et linéaire.

Bilan élèves

- L'aire et le périmètre dépendent de deux grandeurs : la longueur et la largeur. Si je fixe l'une d'elles, l'aire est proportionnelle à la seconde.

Mise en train

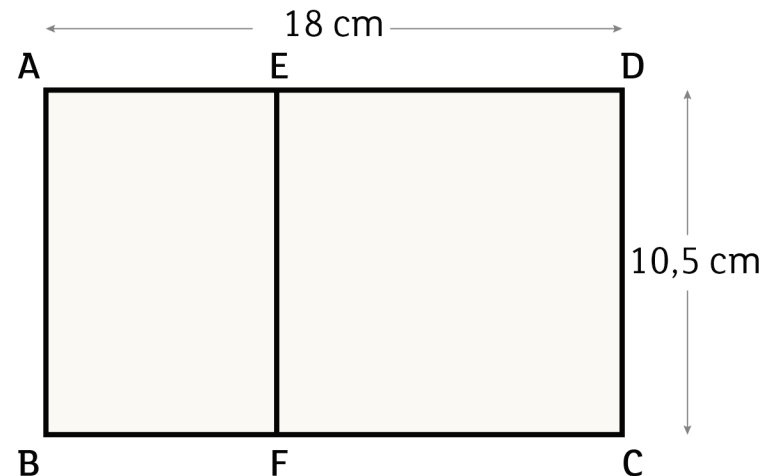
21



ABCD et ABFE sont des rectangles.

E et F appartiennent respectivement aux côtés $[AD]$ et $[BC]$.

a. Où placer le point E pour que le rectangle EFCD ait une aire égale au double de l'aire du rectangle ABFE ?



Mise en train

21

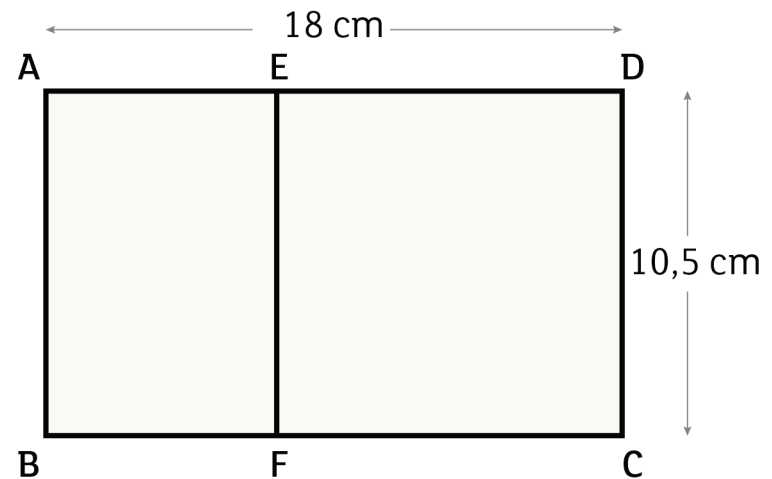



ABCD et ABFE sont des rectangles.

E et F appartiennent respectivement aux côtés $[AD]$ et $[BC]$.

a. Où placer le point E pour que le rectangle EFCD ait une aire égale au double de l'aire du rectangle ABFE ?

b. Où placer le point E pour que le rectangle EFCD ait un périmètre égal au double du périmètre du rectangle ABFE ?

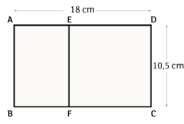


Mise en train 

ABCD et ABFE sont des rectangles.
E et F appartiennent respectivement aux côtés [AD] et [BC].

a. Où placer le point E pour que le rectangle EFCD ait une aire égale au double de l'aire du rectangle ABFE ?

b. Où placer le point E pour que le rectangle EFCD ait un périmètre égal au double du périmètre du rectangle ABFE ?



Fiche d'accompagnement
Module 4 Relations longueur, périmètre, aire, volume
MET 21

NIVEAU : 4^e

Objectifs d'apprentissage

Mobiliser différentes procédures pour résoudre un problème de point mobile.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

- Dans la question **a** de cette mise en train, à la suite de la précédente, on peut mobiliser la proportionnalité de l'aire avec l'une des dimensions si l'autre est fixée. Cela permet de résoudre très rapidement cette première partie. Par contre, comme la proportionnalité a été mise en défaut concernant le périmètre, les élèves devront avoir recours à d'autres stratégies (essais / ajustements ou recours aux équations). La lettre n'est pas indiquée, volontairement, pour ne pas orienter les élèves vers une procédure ou une autre.
- En prolongement, on pourra trouver d'autres problèmes de point mobile sur le site <http://pegame.ens-lyon.fr>.
- Pour résoudre un problème de point mobile concernant le périmètre, différentes procédures sont possibles (on citera celles qui ont émergé en classe).

Bilan élèves

- Comme la largeur des rectangles est fixe, on a utilisé la proportionnalité pour résoudre le problème concernant l'aire. On ne peut pas l'utiliser pour le périmètre.
- Pour résoudre un problème de point mobile concernant le périmètre, différentes procédures sont possibles.

Mise en train


22



► Vrai ou faux ?

« Dans la famille des carrés :

- l'aire est proportionnelle au côté ;
- le périmètre est proportionnel au côté. »

Mise en train 

► Vrai ou faux ?

« Dans la famille des carrés :

- l'aire est proportionnelle au côté ;
- le périmètre est proportionnel au côté. »

Fiche d'accompagnement
Module 4 Relations longueur, périmètre, aire, volume
MET 22

NIVEAU : 4^e

Objectifs d'apprentissage

Aborder différents registres pour mettre en évidence la proportionnalité ou la non-proportionnalité.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

- Les réponses attendues sont ici des essais sur des mesures choisies par les élèves pour les côtés des carrés. Lors de la mise en commun, on pourra organiser les réponses des élèves sous forme de tableau et demander aux élèves d'explicitier les procédures qui leur ont permis de conclure.
- On pourra faire verbaliser les formules qui permettent obtenir l'aire et le périmètre sous forme de programme de calcul pour mettre en évidence la proportionnalité dans le registre algébrique. Les élèves sont souvent persuadés que des données classées sous forme de tableau correspondent à une situation de proportionnalité. De même, ils pensent que si l'on trouve un procédé de calcul pour obtenir une grandeur à partir d'une autre, c'est aussi une situation de proportionnalité.
- Dans cette mise en train, le travail conjoint des deux types de situation permet de casser ces associations.
- En prolongement, on pourra proposer aux élèves de tracer un graphique à partir des données collectées pour mettre en évidence la proportionnalité dans le registre graphique.

Bilan élèves

- Le périmètre d'un carré est proportionnel à son côté. Périmètre et côté sont reliés par un programme de calcul de la forme :



- Les autres types de programmes de calcul ne correspondent pas forcément à de la proportionnalité.

Mise en train

23



► Vrai ou faux ?

« Mon verre est à moitié vide. »



Mise en train  23

► Vrai ou faux ?

« Mon verre est à moitié vide. »



Fiche d'accompagnement
Module 4 Relations longueur, périmètre, aire, volume
MET 23

NIVEAU : 4^e

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Étudier le rapport entre la hauteur et le volume d'un cône.

Objectif 2. Calculer des volumes.

Objectif 3. Développer l'esprit critique.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

- La hauteur de liquide est bien supérieure à la moitié de la hauteur du verre. Les élèves vont donc sans doute répondre en majorité que le verre contient davantage de liquide que la moitié du verre.
- On questionnera les élèves sur la signification du verre à moitié vide pour fixer avec eux que dans ce cas on a bu la moitié du liquide. Le problème est donc lié à des calculs de volumes. Dans un premier temps, il faudra mathématiser le problème avec les élèves. Le verre a la forme d'un cône. Il faut considérer qu'il est posé sur une surface horizontale pour que la surface du liquide soit parallèle à la base du cône. Les élèves pourront alors représenter la situation par un schéma.
- On relancera les élèves dans la recherche. Il leur faut calculer les volumes des deux cônes : le verre et le liquide. Dans un premier temps, ils vont évaluer la fraction de liquide bu quand la hauteur du liquide est à la moitié de la hauteur du verre. Pour simplifier la mise en commun, on pourra imposer les mesures d'un cône pour que les élèves travaillent tous avec les mêmes valeurs. Ils vont alors se rendre compte que lorsqu'un verre conique est à moitié vide, la hauteur de liquide n'est pas la moitié de la hauteur du cône.
- Attention, le calcul de la hauteur de liquide quand on a bu la moitié de la quantité est plus difficile : si on utilise le coefficient de proportionnalité des volumes pour obtenir le coefficient d'agrandissement des longueurs, il faut calculer la racine cubique de 2 (de même en résolvant un système d'équations utilisant le théorème de Thalès et le volume).

- On peut faire une approximation de cette hauteur en utilisant une représentation graphique du volume du liquide en fonction de la hauteur de remplissage du verre (pour chaque hauteur de liquide, un rayon correspondant peut être déterminé en utilisant le théorème de Thalès). Ce graphique peut être laissé à la charge des élèves (en prolongeant le temps de mise en train), il peut faire l'objet d'une utilisation pertinente du tableur. La réponse est étonnante car la hauteur du liquide, dans un verre conique à moitié plein, atteint presque les quatre cinquièmes (80 %) de la hauteur totale du verre conique.
- **Prolongement** : y-a-t-il des formes de verre dans lesquelles la hauteur du liquide est proportionnelle à son volume ?

Bilan élèves

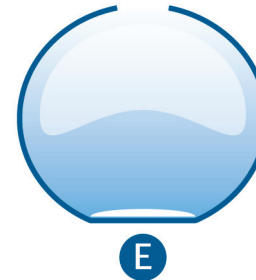
- Le volume d'un cône n'est pas proportionnel à sa hauteur.
- Quand un verre conique est à moitié vide, la hauteur de liquide n'est pas la moitié de la hauteur du cône.

Mise en train

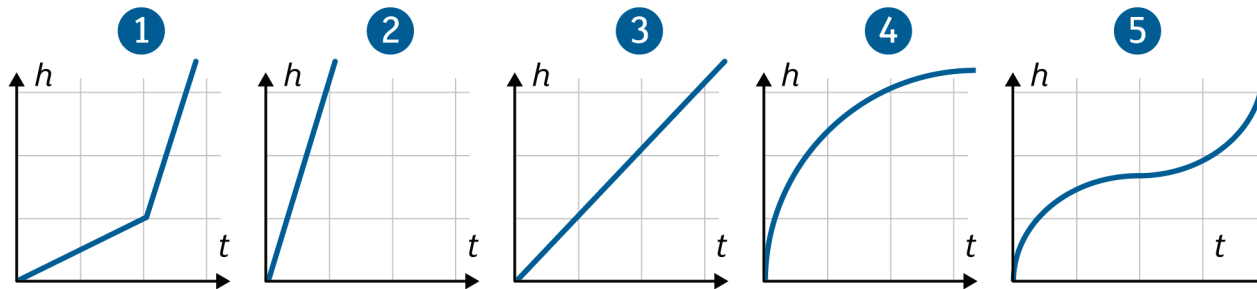
24




On a rempli chacun des récipients suivant à un robinet ayant toujours le même débit.



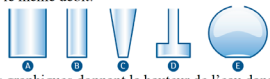
Voici les graphiques donnant la hauteur de l'eau dans le récipient en fonction du temps écoulé.



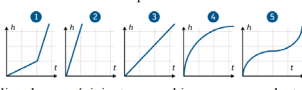
► Relier chaque récipient au graphique correspondant.

Mise en train 

On a rempli chacun des récipients suivant à un robinet ayant toujours le même débit.



Voici les graphiques donnant la hauteur de l'eau dans le récipient en fonction du temps écoulé.



► Relier chaque récipient au graphique correspondant.

Fiche d'accompagnement
Module 4 Relations longueur, périmètre, aire, volume
MET 24

NIVEAU : 4^e

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Étudier le lien entre la forme du contenant et la proportionnalité du volume avec la hauteur.

Objectif 2. Lire et interpréter un graphique.

Objectif 3. Travailler les différents registres de la proportionnalité.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

- Cette mise en train est une sorte de bilan et de prolongement des différentes activités de ce module autour du lien entre hauteur et volume d'un solide. Les graphiques sont souvent interprétés et reliés aux différentes formes de manière intuitive. On pourra insister sur les différentes situations de proportionnalité et le lien avec la représentation graphique ainsi que sur la situation de proportionnalité par morceau : le graphique n'est pas une droite qui passe par l'origine du repère mais localement, on peut imaginer une seconde origine quand on commence à remplir la deuxième partie du récipient.

- Lors de la mise en commun, on pourra aussi s'appuyer sur les formules de volume connues pour mettre en avant le programme de calcul qui relie la hauteur et le volume en le verbalisant sous la forme « aire de la base*hauteur » ou « aire de la base*hauteur/3 » et en remarquant que l'aire de la base est un nombre fixe uniquement dans le cas du pavé ou du cylindre.

- Cette activité (extraite du CRPE, session 2006, groupe 5) est mise en situation à la Cité des sciences et de l'industrie, dans l'exposition permanente de Mathématiques (partie *Géométrie analytique*). On la retrouve aussi en ligne sur le très beau site <http://www.experiencingmaths.org/> partie **CONSTRUIRE** et onglet **Courbes et Volumes**.

Bilan élèves

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par une droite qui passe par l'origine du repère.