Mise en train

49

a. Tracer un triangle EFG tel que $\widehat{F} = 37°$ et $\widehat{G} = 68°$.

Tracer une droite parallèle à (FG), elle coupe (EF) en D et (EG) en C.

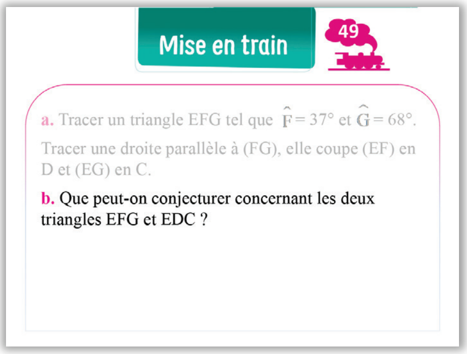
Mise en train

49

a. Tracer un triangle EFG tel que $\widehat{F} = 37°$ et $\widehat{G} = 68°$.

Tracer une droite parallèle à (FG), elle coupe (EF) en D et (EG) en C.

b. Que peut-on conjecturer concernant les deux triangles EFG et EDC ?


Mise en train 49

a. Tracer un triangle EFG tel que $\widehat{F} = 37°$ et $\widehat{G} = 68°$.
Tracer une droite parallèle à (FG), elle coupe (EF) en D et (EG) en C.

b. Que peut-on conjecturer concernant les deux triangles EFG et EDC ?

Fiche d'accompagnement

Module 9 Triangles et proportionnalité

MET 49

NIVEAU : 3^{e}

Objectifs d'apprentissage

Introduire le théorème de Thalès comme un cas particulier d'agrandissement, l'égalité d'angles étant obtenue à partir du parallélisme.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

• Les angles sont donnés pour que les élèves refassent des constructions. Ils ne sont pas nécessaires pour l'activité. Cependant, il peut être facilitant pour les élèves de chercher les angles égaux sachant qu'ils connaissent certaines mesures. Les élèves conjecturent à partir de la figure tracée l'égalité des angles, on les encouragera dans la phase de recherche à prouver leur conjecture. On doit alors mobiliser les angles correspondants égaux. On pourra rédiger sous forme de tableau de proportionnalité la relation d'agrandissement entre les deux triangles. On pourra aussi revenir sur le cas précédent en vérifiant que les angles égaux permettent d'établir le parallélisme.

• Il s'agit ici d'un premier contact avec le théorème de Thalès. Cette mise en train peut être utilisée en 4^{e}, mais il conviendra conformément aux repères de progressivité de ne pas forcément institutionnaliser le théorème dans les leçons. L'intérêt de la situation réside dans le fait que les angles égaux nécessitent bien la mobilisation des deux conditions du théorème de Thalès : l'alignement pour l'égalité des angles de sommet E et le parallélisme pour les autres couples d'angles.

Bilan élèves

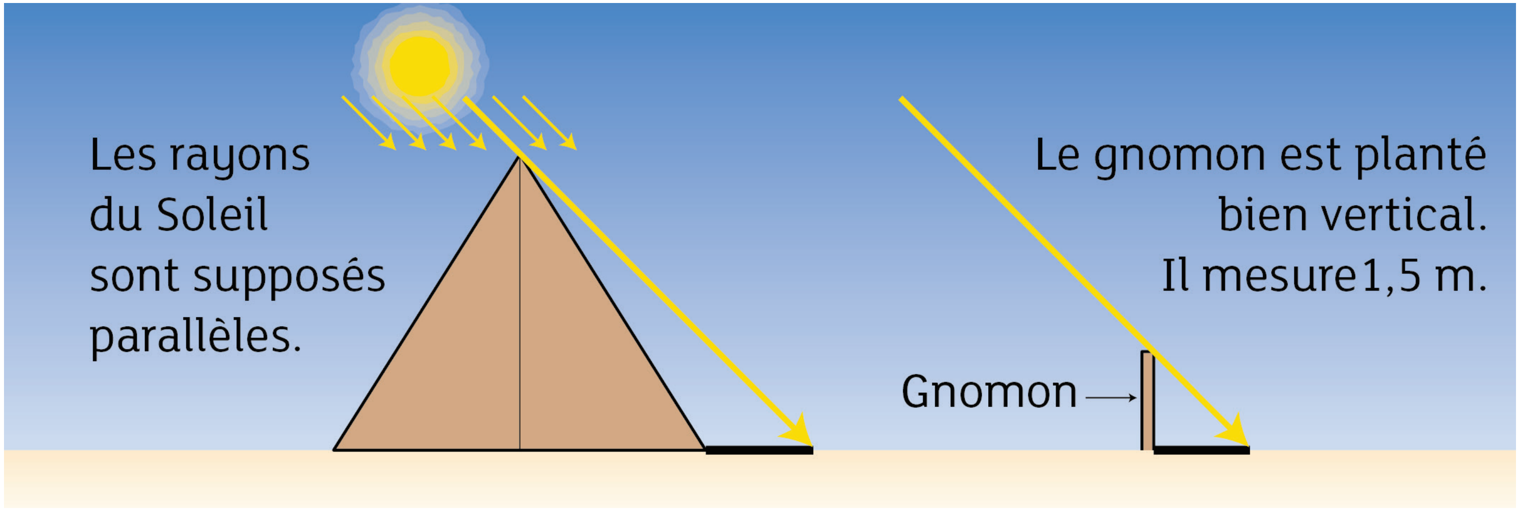
Dans le cas où les deux triangles ont deux côtés communs, si leurs troisièmes côtés sont parallèles, les triangles ont une relation d'agrandissement. Ce cas particulier s'appelle le théorème de Thalès.

Mise en train

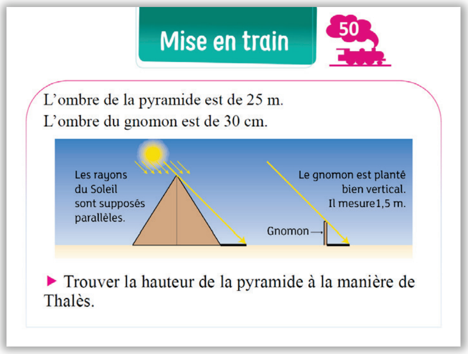
50

L’ombre de la pyramide est de 25 m.

L’ombre du gnomon est de 30 cm.



▶ Trouver la hauteur de la pyramide à la manière de Thalès.



Fiche d'accompagnement

Module 9 Triangles et proportionnalité

MET 50

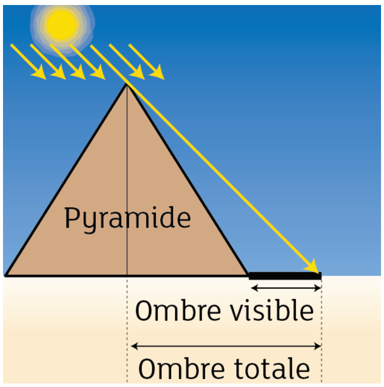
NIVEAU : 3e

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Mesurer une distance inaccessible.
Objectif 2. Reconnaitre des triangles semblables : longueurs proportionnelles et conservation des angles.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

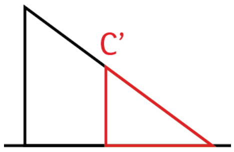
• Les élèves vont reconnaitre ici une situation déjà rencontrée dans le module 7 des mises en train (Agrandissement) : les deux triangles sont semblables, ont les mêmes angles et leurs côtés sont donc proportionnels.



• Il faut que les élèves prennent conscience que l'ombre réelle de la pyramide n'est pas directement accessible : elle est obtenue en ajoutant l'ombre visible de la pyramide à la demi-longueur de la base de celle-ci.

• Une proposition des élèves pourra être de résoudre ce problème grâce à la trigonométrie, ce qui est tout à fait possible connaissant la longueur du gnomon et celle de son ombre. Il sera intéressant d'avoir une discussion avec les élèves sur les méthodes connues à l'époque de Thalès.

• Lors de la schématisation, et pour relier au théorème classique de Thalès, on peut proposer aux élèves de superposer les deux triangles.



• Cette expérience peut être reproduite dans la cour un jour ensoleillé, pour trouver la hauteur du collège par exemple, si on peut mesurer son ombre. On peut utiliser l'ombre d'un élève et sa taille, plutôt que passer par un objet tiers comme le gnomon (ou la règle du tableau).

Bilan élèves

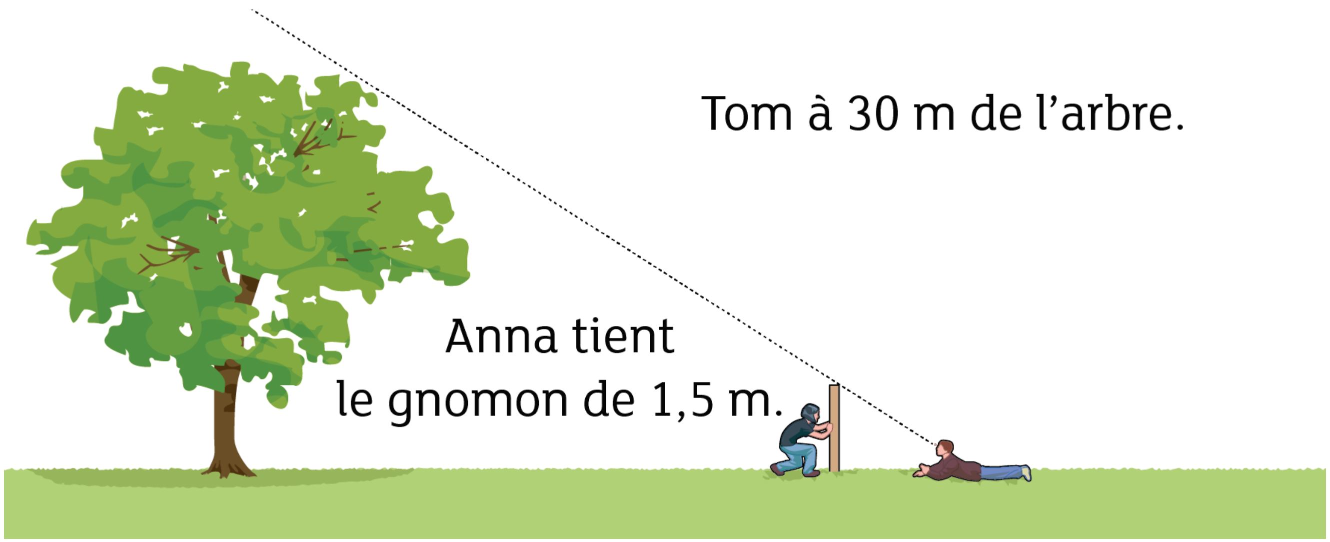
• Le rapport entre la longueur du gnomon et celle de son ombre est le même que celui entre la hauteur de la pyramide et la longueur de son ombre.
• Par une relation de proportionnalité, j'obtiens la hauteur de la pyramide grâce à la longueur de son ombre.
• L'ombre d'un objet est proportionnelle à la hauteur de cet objet et dépend de l'heure et de l'inclinaison des rayons du soleil.

Mise en train

51

Tom place son œil au ras du sol et vise le haut de l'arbre.

Pour que le gnomon cache exactement la vue de l'arbre à Tom, Anna doit le placer à 3 m de lui.



▶ Quelle est la hauteur de l'arbre ?

Fiche d'accompagnement

Module 9 Triangles et proportionnalité

MET 51

NIVEAU : 3e

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Mesurer une distance inaccessible.
Objectif 2. Utiliser le théorème de Thalès en lui donnant du sens.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

• La schématisation du problème est simple mais elle nécessite des élèves de repérer les points alignés et les parallèles. Il faut considérer que le gnomon est bien vertical, que l'arbre est bien perpendiculaire au sol. Ce n'est sans doute pas le cas en réalité mais, sans cette modélisation, la hauteur de l'arbre ne peut pas être calculée.

• Une façon de résoudre ce problème est l'utilisation de la trigonométrie. La résolution par l'utilisation du théorème de Thalès semble toutefois plus évidente, les élèves vont sans doute reconnaitre la configuration. Reste à appliquer que les segments qui se correspondent sont proportionnels.

• Pour faire le lien avec l'histoire des mathématiques, on peut proposer en prolongement (ou en remplacement) un texte de Alberti (1404-1472), « Mesurer une tour », qui utilise une configuration identique.

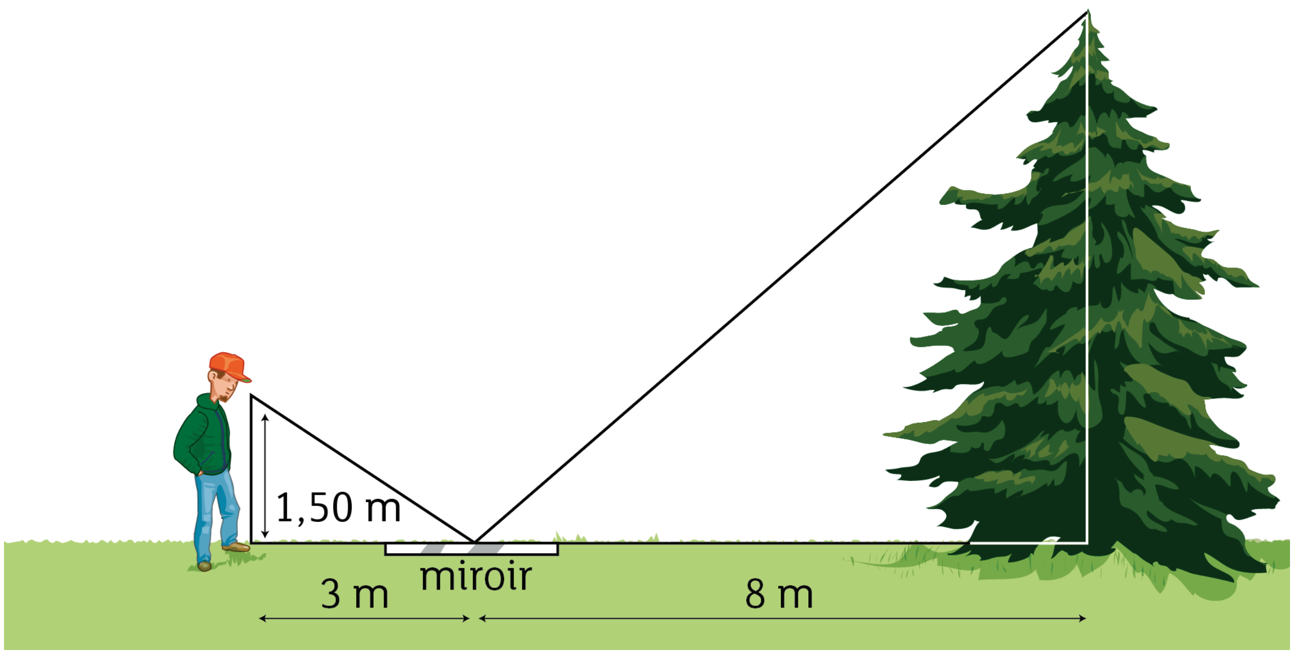
• Cette expérience peut être reproduite dans la cour pour trouver la hauteur du collège par exemple. Ce sera l'occasion d'aborder avec les élèves la validité d'une mesure. La « bonne » hauteur du collège est-elle la moyenne de toutes les mesures trouvées par les élèves ?

Bilan élèves

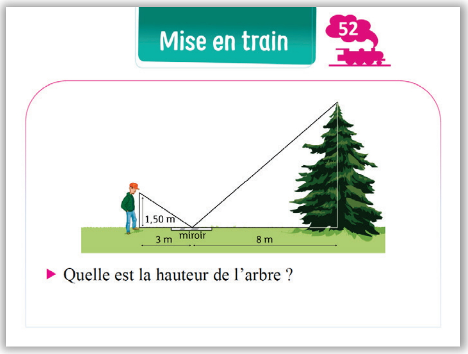
Pour mesurer des distances inaccessibles, il faut modéliser la situation en faisant des choix. Par exemple, considérer qu'un arbre est vertical (perpendiculaire au sol).

Mise en train

52



▶ Quelle est la hauteur de l'arbre ?



Fiche d'accompagnement
Module 9 Triangles et proportionnalité
MET 52

NIVEAU : 3e

Objectifs d'apprentissage

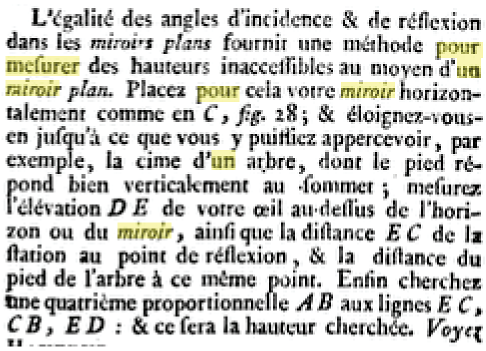
Objectif 1. Mesurer une distance inaccessible.
Objectif 2. Reconnaitre des triangles semblables : longueurs proportionnelles et conservation des angles.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

• Une autre méthode de mesure des distances inaccessibles est présentée ici.

• Les élèves vont reconnaitre des triangles semblables, il faudra pour justifier de l'égalité des angles s'appuyer sur une propriété d'optique concernant les angles d'incidence et de réflexion des miroirs. Il faudra de plus considérer que le personnage est bien vertical et que l'arbre est bien perpendiculaire au sol.

• Toujours dans l'idée de travailler aussi autour de l'histoire des mathématiques, on peut partir ou prolonger avec la définition de miroir que l'on trouvait dans le tome 2 de l'*Encyclopédie méthodique de mathématiques* de d'Alembert (p. 411).


L'égalité des angles d'incidence & de réflexion dans les *miroirs plans* fournit une méthode pour meſurer des hauteurs inacceſſibles au moyen d'un *miroir plan*. Placez pour cela votre *miroir* horizontalement comme en *C*, *fig.* 28 ; & éloignez-vous-en juſqu'à ce que vous y puiſſiez appercevoir, par exemple, la cime d'un arbre, dont le pied répond bien verticalement au ſommet ; meſurez l'élévation *D E* de votre œil au-deſſus de l'horizon ou du *miroir*, ainſi que la diſtance *E C* de la ſtation au point de réflexion, & la diſtance du pied de l'arbre à ce même point. Enfin cherchez une quatrième proportionnelle *A B* aux lignes *E C*, *C B*, *E D* : & ce ſera la hauteur cherchée. *Voyez*

https://books.google.fr/books?id=HgFdAAAAcAAJ&pg=PA411&lpg=PA411&dq=utiliser+un+miroir+pour+mesurer+l%27inaccessible&source=bl&ots=ll6_PsCfbL&sig=_jar9-5TIOlwmNQC3px3pxAaVcA&hl=fr&sa=X&ved=0ahUKEwjF9c-S2InPAhVEWRoKHRrqCLI4ChDoAQgoMAM - ht

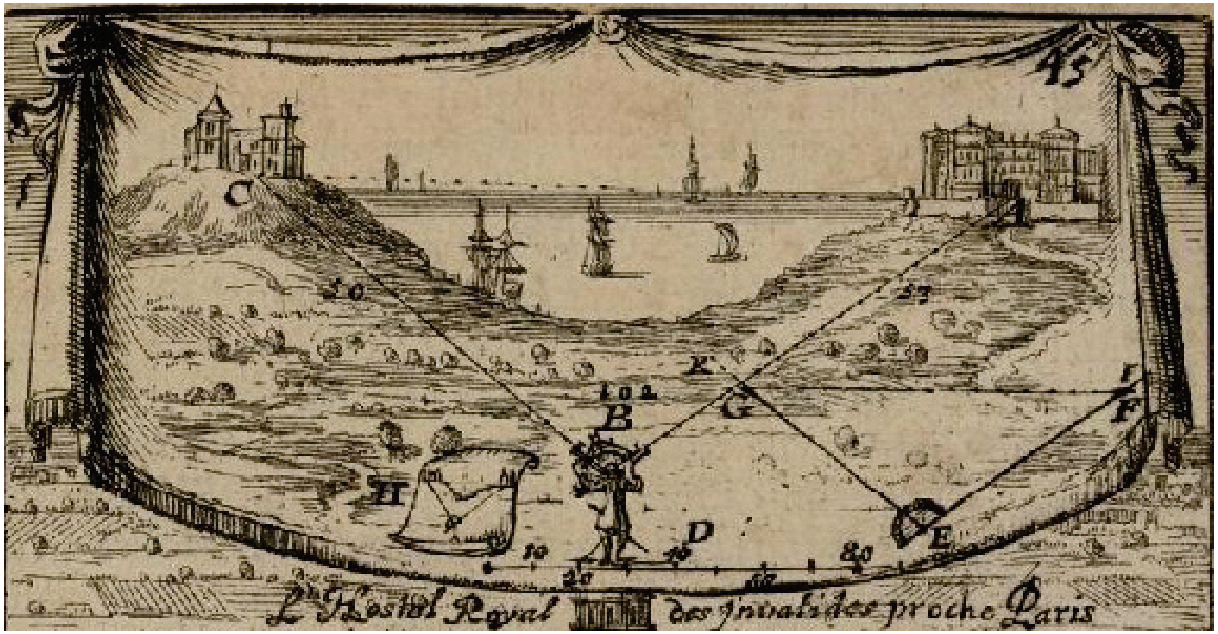
• Cette expérience peut être reproduite dans la cour pour trouver la hauteur du collège par exemple.

Bilan élèves

J'ai démontré que les triangles étaient semblables avec les angles correspondants égaux en utilisant une propriété physique du miroir.

Mise en train

53

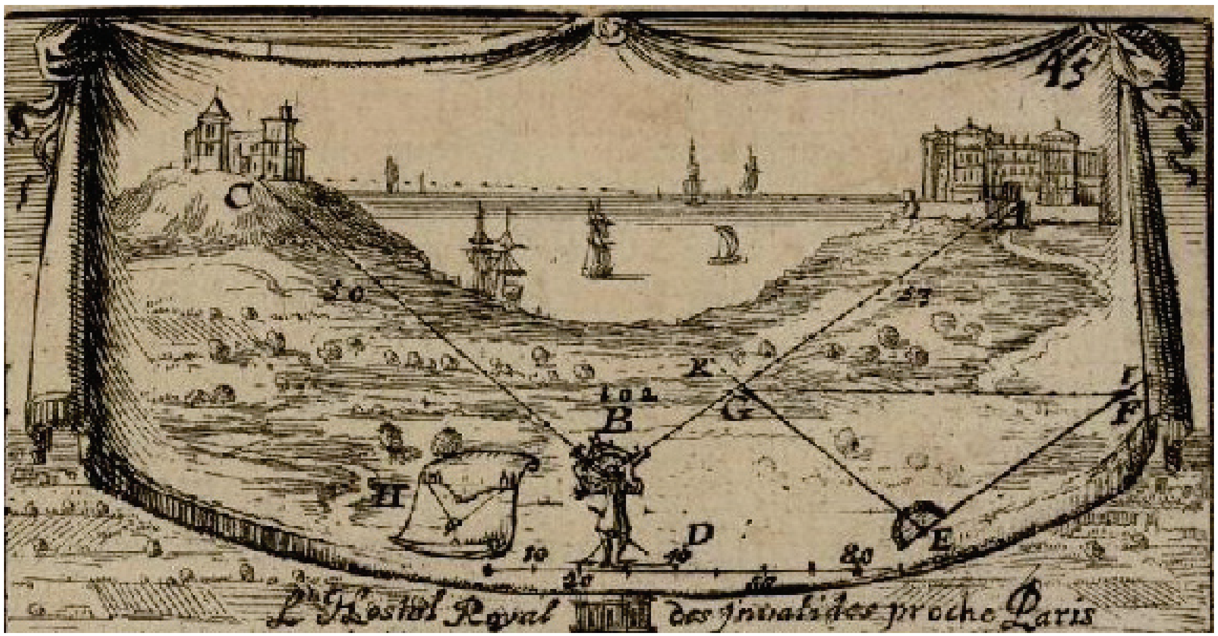


Coll. Bibliothèque de l'Institut National d'Histoire de l'Art

a. Décrire la méthode présentée sur cette gravure.

Mise en train

53



Coll. Bibliothèque de l'Institut National d'Histoire de l'Art

a. Décrire la méthode présentée sur cette gravure.

b. Quelle est la distance entre les deux portes ?

Fiche d'accompagnement

Module 9 Triangles et proportionnalité

MET 53

NIVEAU : 3^{e}

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Mesurer une distance inaccessible.
Objectif 2. Donner du sens à la construction de triangles.
Objectif 3. Triangles semblables.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

• La mesure de deux côtés d'un triangle et de l'angle formé par ces deux côtés détermine exactement le triangle. En le traçant à l'échelle, on peut mesurer le troisième côté et en utilisant la proportionnalité trouver la mesure qui est inaccessible en réalité.

• Les élèves doivent penser à cette procédure de tracé.

• Les mesures sur le document sont en toises (50 toises et 53 toises). Une toise correspond exactement à six pieds, soit approximativement 1,80 m. L'angle est de 102°. On trouve pour la mesure entre les deux portes 80 toises.

Bilan élèves

• Un triangle est entièrement déterminé par la connaissance de trois mesures, dont une mesure de côté au moins :
- mesures des longueurs des trois côtés,
- mesure de la longueur d'un côté et celles des deux angles adjacents,
- mesure des longueurs de deux de ses côtés, et celle de l'angle formé par ces deux côtés.

• Pour accéder à une distance inaccessible, je peux tracer une figure en réduction. Dans le cas de triangles, j'obtiens deux triangles semblables (le triangle initial et le triangle réduit).

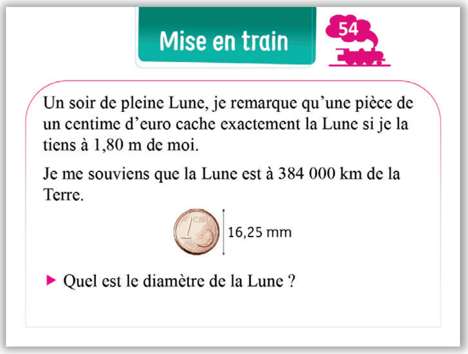
Mise en train 54

Un soir de pleine Lune, je remarque qu'une pièce de un centime d'euro cache exactement la Lune si je la tiens à 1,80 m de moi.

Je me souviens que la Lune est à 384 000 km de la Terre.

16,25 mm

▶ Quel est le diamètre de la Lune ?


Mise en train 54

Un soir de pleine Lune, je remarque qu'une pièce de un centime d'euro cache exactement la Lune si je la tiens à 1,80 m de moi.

Je me souviens que la Lune est à 384 000 km de la Terre.

16,25 mm

▶ Quel est le diamètre de la Lune ?

Fiche d'accompagnement
Module 9 Triangles et proportionnalité
MET 54

NIVEAU : 3^{e}

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1. Mesurer une distance inaccessible.
Objectif 2. Utiliser le théorème de Thalès en lui donnant du sens.

Réponses attendues / Exemples de productions d'élèves / Difficultés

• Les élèves doivent comprendre et schématiser la situation, c'est déjà une première difficulté. Ils seront sans doute aidés pour cette modélisation par les mises en train précédentes. Il faudra ensuite qu'ils pensent à utiliser le théorème de Thalès (ou la trigonométrie). Les unités vont poser problème lors de l'utilisation de la formule : le diamètre de la pièce de monnaie est en millimètres, la distance entre l'œil et la pièce est donnée en mètres et la distance Terre-Lune en kilomètres.

• En prolongement (ou remplacement), on peut utiliser une vidéo des Dudu, qui pose la même question à partir d'un extrait du film *Apollo 13* où l'acteur cache exactement la Lune avec son pouce (http://mathix.org/linux/archives/7106).

Bilan élèves

• Pour résoudre un problème de géométrie, notamment une détermination de longueur, je dois penser à schématiser la situation.
• 1 km = 10^3 m ; 1 mm = 10^{-3} m. On a donc un rapport 10^6 entre les kilomètres et les millimètres : 1 km = 10^6 mm.