

# Extrait du programme de mathématiques 2<sup>de</sup>

D'après Bulletin officiel spécial n° 1 du 22 janvier 2019

Dans le manuel

## Nombres et calculs

### Manipuler les nombres réels

#### Contenus

- Ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels, droite numérique.
- Intervalles de  $\mathbb{R}$ . Notations  $+\infty$  et  $-\infty$ .
- Notation  $|a|$ . Distance entre deux nombres réels.
- Représentation de l'intervalle  $[a - r ; a + r]$  puis caractérisation par la condition  $|x - a| \leq r$ .
- Ensemble  $\mathbb{D}$  des nombres décimaux. Encadrement décimal d'un nombre réel à  $10^{-n}$  près.
- Ensemble  $\mathbb{Q}$  des nombres rationnels. Nombres irrationnels ; exemples fournis par la géométrie, par exemple  $\sqrt{2}$  et  $\pi$ .

► Chapitre 1

#### Capacités attendues

- Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement.
- Représenter un intervalle de la droite numérique. Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.
- Donner un encadrement, d'amplitude donnée, d'un nombre réel par des décimaux.
- Dans le cadre de la résolution de problèmes, arrondir en donnant le nombre de chiffres significatifs adapté à la situation étudiée.

#### Démonstrations

- Le nombre rationnel  $\frac{1}{3}$  n'est pas décimal.
- Le nombre réel  $\sqrt{2}$  est irrationnel.

► ex. 126 p. 33  
► ex. 151 p. 59

#### Exemple d'algorithme

- Déterminer par balayage un encadrement de  $\sqrt{2}$  d'amplitude inférieure ou égale à  $10^{-n}$ .

► ex. 132 p. 35

#### Approfondissements possibles

- Développement décimal illimité d'un nombre réel.
- Observation, sur des exemples, de la périodicité du développement décimal de nombres rationnels, du fait qu'un développement décimal périodique correspond à un rationnel.

► ex. 128 p. 34

### Utiliser les notions de multiple, diviseur et nombre premier

#### Contenus

- Notations  $\mathbb{N}$  et  $\mathbb{Z}$ .
- Définition des notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair.

► Chapitre 2

#### Capacités attendues

- Modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair, de nombre premier.
- Présenter les résultats fractionnaires sous forme irréductible.

#### Démonstrations

- Pour une valeur numérique  $a$ , la somme de deux multiples de  $a$  est multiple de  $a$ .
- Le carré d'un nombre impair est impair.

► ex. 148 p. 59  
► ex. 149 p. 59

#### Exemples d'algorithme

- Déterminer si un entier naturel  $a$  est multiple d'un entier naturel  $b$ .
- Pour des entiers  $a$  et  $b$  donnés, déterminer le plus grand multiple de  $a$  inférieur ou égal à  $b$ .
- Déterminer si un entier naturel est premier.

► ex. 112 p. 54  
► ex. 119 p. 55  
► ex. 157 p. 61

<b>Utiliser le calcul littéral</b>		
<b>Contenus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Règles de calcul sur les puissances entières relatives, sur les racines carrées. Relation <math>\sqrt{a^2} =  a </math>.</li> <li>• Identités <math>a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)</math>, <math>(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math> et <math>(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math>, à savoir utiliser dans les deux sens.</li> <li>• Exemples simples de calcul sur des expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.</li> </ul>	► Chapitre 3
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Somme d'inégalités. Produit d'une inégalité par un réel positif, négatif, en liaison avec le sens de variation d'une fonction affine.</li> <li>• Ensemble des solutions d'une équation, d'une inéquation.</li> </ul>	► Chapitre 4
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Effectuer des calculs numériques ou littéraux mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.</li> <li>• Sur des cas simples de relations entre variables (par exemple <math>U = RI</math>, <math>d = vt</math>, <math>S = \pi r^2</math>, <math>V = abc</math>, <math>V = \pi r^2 h</math>), exprimer une variable en fonction des autres. Cas d'une relation du premier degré <math>ax + by = c</math>.</li> <li>• Choisir la forme la plus adaptée (factorisée, développée réduite) d'une expression en vue de la résolution d'un problème.</li> </ul>	► Chapitre 3
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparer deux quantités en utilisant leur différence, ou leur quotient dans le cas positif.</li> <li>• Modéliser un problème par une inéquation.</li> <li>• Résoudre une inéquation du premier degré.</li> </ul>	► Chapitre 4
<b>Démonstrations</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Quels que soient les réels positifs <math>a</math> et <math>b</math>, on a <math>\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}</math>.</li> <li>• Si <math>a</math> et <math>b</math> sont des réels strictement positifs, <math>\sqrt{a+b} &lt; \sqrt{a} + \sqrt{b}</math>.</li> <li>• Pour <math>a</math> et <math>b</math> réels positifs, illustration géométrique de l'égalité <math>(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math>.</li> </ul>	► ex. 129 p. 85 ► ex. 131 p. 85 ► ex. 130 p. 85
<b>Exemple d'algorithme</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer la première puissance d'un nombre positif donné supérieure ou inférieure à une valeur donnée.</li> </ul>	► act. 2 p. 70
<b>Approfondissements possibles</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Développement de <math>(a + b + c)^2</math>.</li> <li>• Développement de <math>(a + b)^3</math>.</li> <li>• Inégalité entre moyennes géométrique et arithmétique de deux réels strictement positifs.</li> </ul>	► ex. 133 p. 86 ► ex. 133 p. 86 ► ex. 151 p. 112

## Géométrie

### Manipuler les vecteurs du plan

<b>Contenus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vecteur <math>\overrightarrow{MM'}</math> associé à la translation qui transforme M en M'. Direction, sens et norme.</li> <li>• Égalité de deux vecteurs. Notation <math>\vec{u}</math>. Vecteur nul.</li> <li>• Somme de deux vecteurs en lien avec l'enchaînement des translations. Relation de Chasles.</li> <li>• Base orthonormée. Coordonnées d'un vecteur. Expression de la norme d'un vecteur.</li> <li>• Expression des coordonnées de <math>\overrightarrow{AB}</math> en fonction de celles de A et de B.</li> <li>• Produit d'un vecteur par un nombre réel. Colinéarité de deux vecteurs.</li> <li>• Déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée, critère de colinéarité. Application à l'alignement, au parallélisme.</li> </ul>	► Chapitre 9
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter géométriquement des vecteurs.</li> <li>• Construire géométriquement la somme de deux vecteurs.</li> <li>• Représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées. Lire les coordonnées d'un vecteur.</li> <li>• Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un nombre réel.</li> <li>• Calculer la distance entre deux points. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.</li> <li>• Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.</li> <li>• Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs.</li> </ul>	
<b>Démonstration</b>	• Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.	► ex. 163 p. 253
<b>Approfondissement possible</b>	• Définition vectorielle des homothéties.	► ex. 143 p. 254

### Résoudre des problèmes de géométrie

<b>Contenus</b>	• Projeté orthogonal d'un point sur une droite.	
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre des problèmes de géométrie plane sur des figures simples ou complexes (triangles, quadrilatères, cercles).</li> <li>• Calculer des longueurs, des angles, des aires et des volumes.</li> <li>• Traiter de problèmes d'optimisation.</li> </ul>	► Chapitre 10
<b>Démonstrations</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Le projeté orthogonal du point M sur une droite <math>\Delta</math> est le point de la droite <math>\Delta</math> le plus proche du point M.</li> <li>• Relation trigonométrique <math>\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1</math> dans un triangle rectangle.</li> </ul>	► ex. 112 p. 279 ► ex. 111 p. 279
<b>Approfondissements possibles</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Démontrer que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.</li> <li>• Expression de l'aire d'un triangle : <math>\frac{1}{2} ab \sin C</math>.</li> <li>• Formule d'Al-Kashi.</li> <li>• Le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit.</li> </ul>	► ex. 115 p. 280 ► ex. 113 p. 280 ► ex. 116 p. 280 ► ex. 114 p. 280

### Représenter et caractériser les droites du plan

<b>Contenus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vecteur directeur d'une droite.</li> <li>• Équation de droite : équation cartésienne, équation réduite.</li> <li>• Pente (ou coefficient directeur) d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.</li> </ul>	
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer une équation de droite à partir de deux points, un point et un vecteur directeur ou un point et la pente.</li> <li>• Déterminer la pente ou un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation ou une représentation graphique.</li> <li>• Tracer une droite connaissant son équation cartésienne ou réduite.</li> <li>• Établir que trois points sont alignés ou non.</li> <li>• Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes.</li> <li>• Résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues, déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes.</li> </ul>	► Chapitre 11
<b>Démonstration</b>	• En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite.	► ex. 172 p. 311
<b>Exemples d'algorithme</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Étudier l'alignement de trois points dans le plan.</li> <li>• Déterminer une équation de droite passant par deux points donnés.</li> </ul>	► ex. 139 p. 306 ► ex. 132 p. 306
<b>Approfondissements possibles</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ensemble des points équidistants d'un point et de l'axe des abscisses.</li> <li>• Représentation, sur des exemples, de parties du plan décrites par des inégalités sur les coordonnées.</li> </ul>	► ex. 175 p. 312 ► ex. 177 p. 313

## Fonctions

### Se constituer un répertoire de fonctions de référence

<b>Contenus</b>	• Fonctions carré, inverse, racine carrée, cube : définitions et courbes représentatives.	
<b>Capacités attendues</b>	• Pour deux nombres $a$ et $b$ donnés et une fonction de référence $f$ , comparer $f(a)$ et $f(b)$ numériquement ou graphiquement. • Pour les fonctions affines, carré, inverse, racine carrée et cube, résoudre graphiquement ou algébriquement une équation ou une inéquation du type $f(x) = k$ , $f(x) < k$ .	► Chapitre 7
<b>Démonstration</b>	Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x$ , $y = x^2$ , $y = x^3$ , pour $x \geq 0$ .	► ex. 115 p. 191

### Représenter algébriquement et graphiquement des fonctions

<b>Contenus</b>	• Fonction à valeurs réelles définie sur un intervalle ou une réunion finie d'intervalles de $\mathbb{R}$ . • Courbe représentative : la courbe d'équation $y = f(x)$ est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient $y = f(x)$ . • Fonction paire, impaire. Traduction géométrique.	► Chapitre 5 ► Chapitre 8
<b>Capacités attendues</b>	• Exploiter l'équation $y = f(x)$ d'une courbe : appartenance, calcul de coordonnées. • Modéliser par des fonctions des situations issues des mathématiques, des autres disciplines. • Résoudre une équation ou une inéquation du type $f(x) = k$ , $f(x) < k$ , en choisissant une méthode adaptée : graphique, algébrique, logicielle. • Résoudre une équation, une inéquation produit ou quotient, à l'aide d'un tableau de signes. • Résoudre, graphiquement ou à l'aide d'un outil numérique, une équation ou inéquation du type $f(x) = g(x)$ , $f(x) < g(x)$ .	► Chapitres 5 à 8 ► Chapitres 4 et 6 ► Chapitre 8 ► Chapitre 6
<b>Approfondissement possible</b>	• Étudier la parité d'une fonction dans des cas simples.	► ex. 126 p. 220

### Étudier les variations et les extremums d'une fonction

<b>Contenus</b>	• Croissance, décroissance, monotonie d'une fonction définie sur un intervalle. Tableau de variations. • Maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle. • Pour une fonction affine, interprétation du coefficient directeur comme taux d'accroissement, variations selon son signe. • Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée, cube.	► Chapitre 8 ► Chapitres 5 et 8 ► Chapitre 7
<b>Capacités attendues</b>	• Relier représentation graphique et tableau de variations. • Déterminer graphiquement les extremums d'une fonction sur un intervalle. • Exploiter un logiciel de géométrie dynamique ou de calcul formel, la calculatrice ou Python pour décrire les variations d'une fonction donnée par une formule. • Relier sens de variation, signe et droite représentative d'une fonction affine.	► Chapitre 8
<b>Démonstration</b>	• Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée.	► ex. 122, 123 et 124 p. 219
<b>Exemples d'algorithme</b>	• Pour une fonction dont le tableau de variations est donné, algorithmes d'approximation numérique d'un extremum (balayage, dichotomie). • Algorithme de calcul approché de longueur d'une portion de courbe représentative de fonction.	► ex. 129 p. 221 ► ex. 118 p. 218
<b>Approfondissement possible</b>	• Relier les courbes représentatives de la fonction racine carrée et de la fonction carré sur $\mathbb{R}^+$ .	► ex. 125 p. 220

## Statistiques et probabilités

### Utiliser l'information chiffrée et statistique descriptive

<b>Contenus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population.</li> <li>• Ensembles de référence inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage.</li> <li>• Évolution : variation absolue, variation relative.</li> <li>• Évolutions successives, évolution réciproque : relation sur les coefficients multiplicateurs (produit, inverse).</li> </ul>	▶ Chapitre 12
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Indicateurs de tendance centrale d'une série statistique : moyenne pondérée.</li> <li>• Linéarité de la moyenne.</li> <li>• Indicateurs de dispersion : écart interquartile, écart type.</li> </ul>	▶ Chapitre 13
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploiter la relation entre effectifs, proportions et pourcentages.</li> <li>• Traiter des situations simples mettant en jeu des pourcentages de pourcentages.</li> <li>• Exploiter la relation entre deux valeurs successives et leur taux d'évolution.</li> <li>• Calculer le taux d'évolution global à partir des taux d'évolution successifs.</li> </ul>	▶ Chapitre 12
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer un taux d'évolution réciproque.</li> <li>• Décrire verbalement les différences entre deux séries statistiques, en s'appuyant sur des indicateurs ou sur des représentations graphiques données.</li> <li>• Pour des données réelles ou issues d'une simulation, lire et comprendre une fonction écrite en Python renvoyant la moyenne <math>m</math>, l'écart type <math>s</math>, et la proportion d'éléments appartenant à <math>[m - 2s, m + 2s]</math>.</li> </ul>	▶ Chapitre 13

### Modéliser le hasard, calculer des probabilités

<b>Contenus</b>	<p><i>L'ensemble des issues est fini.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ensemble (univers) des issues. Évènements. Réunion, intersection, complémentaire.</li> <li>• Loi (distribution) de probabilité. Probabilité d'un évènement : somme des probabilités des issues.</li> <li>• Relation <math>P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)</math>.</li> <li>• Dénombrement à l'aide de tableaux et d'arbres.</li> </ul>	▶ Chapitre 14
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser des modèles théoriques de référence (dé, pièce équilibrée, tirage au sort avec équiprobabilité dans une population) en comprenant que les probabilités sont définies a priori.</li> <li>• Construire un modèle à partir de fréquences observées, en distinguant nettement modèle et réalité.</li> <li>• Calculer des probabilités dans des cas simples : expérience aléatoire à deux ou trois épreuves.</li> </ul>	

### Échantillonnage

<b>Contenus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Échantillon aléatoire de taille <math>n</math> pour une expérience à deux issues.</li> <li>• Version vulgarisée de la loi des grands nombres : « Lorsque <math>n</math> est grand, sauf exception, la fréquence observée est proche de la probabilité. »</li> <li>• Principe de l'estimation d'une probabilité, ou d'une proportion dans une population, par une fréquence observée sur un échantillon.</li> </ul>	▶ Chapitre 14
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lire et comprendre une fonction Python renvoyant le nombre ou la fréquence de succès dans un échantillon de taille <math>n</math> pour une expérience aléatoire à deux issues.</li> <li>• Observer la loi des grands nombres à l'aide d'une simulation sur Python ou tableur.</li> <li>• Simuler <math>N</math> échantillons de taille <math>n</math> d'une expérience aléatoire à deux issues. Si <math>p</math> est la probabilité d'une issue et <math>f</math> sa fréquence observée dans un échantillon, calculer la proportion des cas où l'écart entre <math>p</math> et <math>f</math> est inférieur ou égal à <math>\frac{1}{\sqrt{x}}</math>.</li> </ul>	

## Algorithmique et programmation

### Utiliser les variables et les instructions élémentaires

<b>Contenus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variables informatiques de type entier, booléen, flottant, chaîne de caractères.</li> <li>• Affectation (notée <math>\leftarrow</math> en langage naturel).</li> <li>• Séquence d'instructions.</li> <li>• Instruction conditionnelle.</li> <li>• Boucle bornée (for), boucle non bornée (while)</li> </ul>
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir ou déterminer le type d'une variable (entier, flottant ou chaîne de caractères).</li> <li>• Concevoir et écrire une instruction d'affectation, une séquence d'instructions, une instruction conditionnelle.</li> <li>• Écrire une formule permettant un calcul combinant des variables.</li> <li>• Programmer, dans des cas simples, une boucle bornée, une boucle non bornée.</li> <li>• Dans des cas plus complexes : lire, comprendre, modifier ou compléter un algorithme ou un programme.</li> </ul>

► Algorithmique et programmation

### Notion de fonction

<b>Contenus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fonctions à un ou plusieurs arguments.</li> <li>• Fonction renvoyant un nombre aléatoire. Série statistique obtenue par la répétition de l'appel d'une telle fonction.</li> </ul>
<b>Capacités attendues</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Écrire des fonctions simples ; lire, comprendre, modifier, compléter des fonctions plus complexes. Appeler une fonction.</li> <li>• Lire et comprendre une fonction renvoyant une moyenne, un écart type. Aucune connaissance sur les listes n'est exigée.</li> <li>• Écrire des fonctions renvoyant le résultat numérique d'une expérience aléatoire, d'une répétition d'expériences aléatoires indépendantes.</li> </ul>

## Vocabulaire ensembliste et logique

[...] Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire, et savoir utiliser les symboles de base correspondant :  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\cap$ ,  $\cup$ , ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Ils rencontrent également la notion de couple. Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation des probabilités  $\bar{A}$ , ou la notation  $E \setminus A$ .

Les élèves apprennent en situation à :

- reconnaître ce qu'est une proposition mathématique, à utiliser des variables pour écrire des propositions mathématiques ;
- lire et écrire des propositions contenant les connecteurs « et », « ou » ;
- formuler la négation de propositions simples (sans implications ni quantificateurs) ;
- mobiliser un contre-exemple pour montrer qu'une proposition est fautive ;
- formuler une implication, une équivalence logique, et à les mobiliser dans un raisonnement simple ;
- formuler la réciproque d'une implication ;
- lire et écrire des propositions contenant une quantification universelle ou existentielle (les symboles  $\forall$  et  $\exists$  sont hors programme).

Par ailleurs, les élèves produisent des raisonnements par disjonction des cas et par l'absurde.

► Chapitre 1

► Logique : vocabulaire (rabat II) et Des raisonnements pour démontrer (rabat III)