59 Records en ski

Question préliminaire

Plus la zone d'élan est pentue, plus la vitesse acquise est élevée : l'hypothèse **b** est plus favorable que l'hypothèse **a**.

Si tout frottement est négligé, alors l'énergie mécanique du skieur est conservée, ce qui maximise sa vitesse acquise : les hypothèses **c** et **d** sont favorables.

Problème

On étudie un sportif de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen. En imaginant que l'équipement et la posture du sportif soient optimisés, négligeons tout frottement.

Le sportif subit alors seulement son poids et la réaction du sol, perpendiculaire au sol.

D'après le théorème de l'énergie mécanique, son énergie mécanique est donc constante au cours de son mouvement.

Appelons A le point de départ du sportif et B, sa position après la phase d'élan. La longueur de la piste est $AB = 550$ m (**doc. 2**).

Dans le meilleur des cas, toute la piste d'élan est inclinée à 98 % (hypothèse **b**) et forme un angle α avec l'horizontale, tel que $\tan(\alpha) = 0,98$, soit $\alpha = 44^\circ$.

Le dénivelé entre A et B est donc $h = y_A - y_B = AB \sin(\alpha) = 3,8 \times 10^2$ m.

L'énergie mécanique du sportif en A est $E_m(A) = mg y_A$.

Le sportif a acquis une vitesse v_f à l'issue de la phase d'élan, en B.

Son énergie mécanique en B est $E_m(B) = \frac{1}{2} m v_f^2 + mg y_B$.

La conservation de l'énergie mécanique s'écrit $E_m(B) = E_m(A)$, d'où $\frac{1}{2} m v_f^2 + mg y_B = mg y_A$.

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = mg (y_A - y_B) = mgh$$

D'où $v_f^2 = 2gh$ ce qui donne $v_f = \sqrt{2gh}$.

Application numérique : $v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 3,8 \times 10^2} = 86,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 313 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

Avec les hypothèses fortes qu'on a faites, il resterait la possibilité d'augmenter le record de près de $60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Mais cela nécessite d'éliminer tous les frottements, de l'air comme du sol, ce qui est peu réaliste.

L'hypothèse que toute la piste d'élan est inclinée à 98 % est certainement aussi une hypothèse trop favorable.